

N° d'ordre : D.U. 2131

UNIVERSITÉ BLAISE PASCAL
U.F.R. Sciences et Technologies

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES FONDAMENTALES
N° 673

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR D'UNIVERSITÉ
Spécialité : PHYSIQUE

Par **Rémi Pollès**

Master Recherche, Interaction Matière et Rayonnements

**Structures exotiques en nanophotonique,
théorie et approche numérique**

Soutenue publiquement le **10 juin 2011** devant le jury composé de :

M. Philippe Lalanne	Président
M. Stefan Enoch	Rapporteur
M. Pierre Benech	Rapporteur
M. Xavier Letartre	Examineur
M. Emmanuel Centeno	Examineur
Mme Martine Mihailovic	Directrice de thèse
M. Antoine Moreau	Encadrant principal

*À Alexandre et Vanessa,
À mes parents, ma sœur et mes grands-parents.*

Résumé

Structures exotiques en nanophotonique, théorie et approche numérique

Dans la perspective d'un contrôle ultime de la lumière, les arrivées récentes des cristaux photoniques et des métamatériaux constituent des avancées majeures. Ces matériaux nano-structurés présentant des propriétés optiques inédites nous ouvrent tout un champ de possibilités encore inexploré. En particulier, des milieux d'indice effectif négatif sont rendus concevables. L'objectif de cette thèse est d'étudier d'un point de vue électromagnétique, à l'aide d'outils analytiques et numériques, le comportement de la lumière dans ces structures exotiques. Nous nous penchons sur les boucles de lumières, qui sont des modes localisés d'une structure multi-couches, émergeant du couplage contra-directionnel entre deux guides distincts. Une analyse physique est proposée et un modèle basé sur la théorie des modes couplés est développé. Cela nous permet de décrire avec précision l'excitation d'une boucle de lumière par une source lumineuse, et d'envisager des applications pour la mise en forme de faisceau. Dans une seconde partie, nous étudions des cristaux photoniques unidimensionnels formés par une alternance de milieux d'indices positif et négatif. Lorsque l'indice moyen est nul, une bande interdite aux propriétés nouvelles apparaît. Nous montrons que le caractère dispersif des milieux transforme des pics étroits de transmission en larges bandes. Pour caractériser la propagation d'un faisceau dans un tel cristal, nous développons et validons alors un modèle qui nous permet de démontrer le potentiel en matière de mise en forme de faisceau (auto-collimation, focalisation).

Mots clés : Nanophotonique, Boucle de lumière, Métamatériaux, Cristaux photoniques, Main gauche, Couplage contradirectionnel.

Exotic structures in nanophotonics, theory and numerical approach

In the perspective of an ultimate control of light, the recent arrivals of photonic crystals and metamaterials are major advances. These nano-structured materials with unusual optical properties are opening a whole range of possibilities still unexplored. In particular, negative index media have become conceivable. The aim of this thesis is to study, with an electromagnetic point of view, the behavior of light in these exotic structures, using analytical and numerical tools. We study the light wheels, which are localized modes of a multi-layer structure, emerging from the contra-directional coupling between two separate waveguides. A physical analysis is proposed and a model, based on the coupled mode theory, is developed. This allows us to accurately describe the excitation of a light wheel by a source, and to consider applications for beam shaping. In a second part, we study one-dimensional photonic crystals combining positive and negative index layers whose the average index is equal to zero. A band gap, called zero-n gap, appears and presents new properties that we detail. Index dispersion is shown to broaden the resonant frequencies creating then a conduction band lying inside the zero-n gap. Self-collimation and focusing effects are in addition demonstrated in zero-average index crystals supporting defect modes. This beam shaping is explained in the framework of a beam propagation model by introducing an harmonic average index parameter.

Keywords : Nanophotonics, Light wheel, Metamaterials, Photonic crystals, Left handed, Contradirectional.

Remerciements

Ce mémoire présente les travaux issus de trois années de thèse qui se sont déroulées au sein de l'équipe Nanophotonique et Électromagnétisme du LASMEA.

Je voudrais en premier lieu exprimer mes plus profonds remerciements à Antoine Moreau qui m'a encadré depuis mon stage de Master et m'a offert la chance d'entrer dans le monde de la recherche. Il a été d'une grande disponibilité au cours de toutes les étapes du déroulement de ma thèse, et m'a transmis ses connaissances en physique et surtout son goût pour *faire* de la science.

Pour m'avoir suivi dans tous mes travaux, pour son soutien et sa confiance, j'adresse mes remerciements à Martine Mihailovic. Son point de vue d'expérimentatrice, ses conseils et éclairages précieux ont été d'une grande importance.

Je suis très reconnaissant envers Emmanuel Centeno pour m'avoir offert de travailler avec lui et de partager son expérience. Son point de vue sur mon travail et ses conseils ont été essentiels, notamment pour la préparation de la soutenance.

Je tiens à remercier sincèrement Pierre Benech, Professeur à l'ENSPG, et Stefan Enoch, Directeur de Recherche à l'Institut Fresnel, pour avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail. Je tiens aussi à remercier que Philippe Lalanne et Xavier Letartre pour m'avoir fait l'honneur de faire partie du jury.

Durant ces trois années, j'ai eu la chance de pouvoir prendre part à la vie d'une équipe. Merci à Gérard Granet, Kofi Edee et Rafik Smaali pour nos échanges, notamment sur le thème des méthodes numériques et autres ondelettes.

Et puis, j'ai partagé mon bureau avec doctorants et stagiaires avec lesquels je garderai de très bons souvenirs. Merci à Ana Maria pour sa bonne humeur et les loups garous dans la pelouse, à Ismail pour les petits ponts, à Jessica pour son soutien dans la phase de rédaction et à Julien pour les divers (dé)bogages informatiques. Je remercie aussi Thomas, Fabien et Lala pour les bons moments passés.

Enfin, je souhaite remercier ma famille dont le soutien sans faille m'a permis d'arriver jusque là. Ces mots ne suffiront pas à remercier Vanessa, pour la vie que nous partageons et le bonheur qu'elle nous

prépare.

Table des matières

Introduction	5
1 Outils théoriques et numériques	7
1.1 Structures multi-couches en électromagnétisme	8
1.2 Propagation d'un faisceau	9
1.2.1 Description du problème	9
1.2.2 Différentes méthodes numériques	11
1.2.3 Les problèmes de coupures	15
1.3 Structures périodiques 1D	15
1.3.1 La méthode modale de Fourier	15
1.3.2 Différences finies	18
1.4 Modes guidés	21
1.4.1 Le phénomène de résonance	21
1.4.2 Modes guidés d'une interface entre deux milieux	22
1.4.3 Modes guidés d'une couche symétrique	25
1.4.4 Excitation d'un mode guidé : le coupleur à prisme	28
1.4.5 Couplage entre modes guidés	31
1.5 Phénomènes non spéculaires	34
	1

1.5.1	Le décalage asymptotique	34
1.5.2	Élargissement de faisceau	38
1.6	Conclusion	44
2	Milieux main-gauche	47
2.1	Généralités	48
2.1.1	Milieux doublement négatifs	48
2.1.2	Propagation dans un milieu main-gauche	48
2.1.3	Un indice négatif	49
2.2	Mode guidé à la surface d'un milieu main-gauche	51
2.2.1	Domaines d'existence	51
2.2.2	Sens de propagation	52
2.3	Modes guidés d'une couche de milieu main-gauche	53
2.4	Conclusion	55
3	Les boucles de lumière	57
3.1	Étude générale	58
3.1.1	Présentation du problème	58
3.1.2	Relation de dispersion de la structure	59
3.1.3	Excitation de la boucle de lumière	61
3.2	Application de la théorie des modes couplés	63
3.2.1	Présentation du formalisme	64
3.2.2	Excitation par une source ponctuelle	65
3.2.3	Excitation par un faisceau	66
3.3	Structures réalistes capables de supporter une boucle de lumière	69
3.3.1	Effets des pertes	69

3.3.2	La boucle de lumière plasmonique	72
3.3.3	Un métal à la place du milieu main-gauche	76
3.3.4	Une structure entièrement diélectrique	85
3.4	Application à la mise en forme de faisceau	87
3.5	Conclusion	92
4	Cristaux photoniques d'indice moyen nul	95
4.1	Bandes interdites dans des structures périodiques infinies	97
4.2	Bande interdite zéro- \bar{n} dans une structure de taille finie	98
4.3	Effet de la dispersion sur les modes de résonance Fabry-Perot	99
4.3.1	Les limites de la bande interdite zéro- \bar{n}	99
4.3.2	Au voisinage de la condition $\bar{n} = 0$	101
4.3.3	La bande interdite et les résonances Fabry-Perot quand le milieu main-gauche est dispersif	103
4.3.4	Un pic de transmission étroit reste possible	104
4.4	Mise en forme de faisceau	105
4.4.1	Théorie de la propagation de faisceau	106
4.4.2	Auto-collimation	108
4.4.3	Focalisation	110
4.5	Conclusion	111
	Conclusion	113
	Bibliographie	113

Introduction

Avec les nanotechnologies, nous vivons une révolution scientifique permanente. Les progrès de la miniaturisation ont des conséquences profondes, y compris dans le domaine de l'optique. La lumière, par l'intermédiaire de son interaction avec la matière, est de plus en plus utilisée pour transmettre de l'information ou de l'énergie, ou encore pour assurer des fonctions auparavant dévolues à l'électricité. C'est le champ de la photonique qui s'agrandit. Par ailleurs, la miniaturisation offre la possibilité de structurer la matière à l'échelle de la longueur d'onde et même en-dessous, pour contrôler encore plus finement la lumière : c'est le domaine de la nanophotonique.

La nanophotonique utilise deux descriptions différentes de la lumière : celle de l'optique quantique pour décrire les interactions avec la matière, et celle de l'électromagnétisme. Le travail de cette thèse se base sur cette dernière, qui permet de jouer avec la nature ondulatoire de la lumière en étudiant comment la structuration de la matière influe sur son comportement. En permettant d'envisager des structures de très petites tailles comme les cristaux photoniques ou les métamatériaux, les nanotechnologies ouvrent tout un champ de possibilités.

Récemment, l'arrivée des métamatériaux a constitué une avancée majeure, ouvrant notamment la voie pour la création de milieux d'indice effectif négatif. Tout un pan de l'optique électromagnétique jusqu'alors ignoré s'est vu révélé. Cela a changé notre vision des choses, en introduisant de nouveaux concepts. Les travaux menés dans le cadre de cette thèse en sont une illustration. On y explore notamment les comportements exotiques de structures multi-couches incluant des milieux main gauche.

Ce travail est théorique et numérique : il se base sur les simulations à travers la résolution numérique des équations de Maxwell. La confiance que nous portons désormais en ces simulations, nous permet d'étudier avec précision le potentiel de certaines structures n'existant pas encore réellement.

Dans un premier chapitre nous présentons les méthodes numériques mises en œuvres. Elles doivent être adaptées, fiables et performantes. Ce chapitre est aussi l'occasion de rappeler quelques résultats classiques de la physique des structures multi-couches et particulièrement des modes guidés. Nous en profitons pour étudier de façon poussée des effets non spéculaires et montrer les limites de l'analyse asymptotique.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des milieux main gauche et des conséquences de leurs propriétés sur les ondes électromagnétiques qui s'y propagent. Les comportements non conventionnels de modes guidés de structures multi-couches mettant en jeu des milieux d'indice négatif sont aussi abordés.

Dans le troisième chapitre, nous exposons nos travaux concernant les boucles de lumière, modes exotiques émergeant du couplage contra-directionnel entre un mode guidé usuel et un mode guidé contra-propagatif, existant en particulier dans un guide main gauche. Nous proposons une analyse physique de ce mode et de son excitation par une source. Nous examinons ensuite différentes structures capables de supporter une boucle de lumière, avant de montrer que l'on peut envisager de les appliquer à la mise en forme de faisceau.

Enfin, le quatrième chapitre est dédié à un autre exemple de structure exotique lié à la présence de milieux main gauche. Nous nous intéressons aux cristaux photoniques d'indice moyen nul et à un nouveau type de bande interdite qui y est créé. Plus particulièrement, nous étudions l'influence du caractère dispersif du milieu main gauche impliqué sur les états passants singuliers apparaissant dans cette bande interdite. Finalement, leur utilisation pour modeler un faisceau est examinée.

Chapitre 1

Outils théoriques et numériques

Sommaire

1.1	Structures multi-couches en électromagnétisme	8
1.2	Propagation d'un faisceau	9
1.2.1	Description du problème	9
1.2.2	Différentes méthodes numériques	11
1.2.3	Les problèmes de coupures	15
1.3	Structures périodiques 1D	15
1.3.1	La méthode modale de Fourier	15
1.3.2	Différences finies	18
1.4	Modes guidés	21
1.4.1	Le phénomène de résonance	21
1.4.2	Modes guidés d'une interface entre deux milieux	22
1.4.3	Modes guidés d'une couche symétrique	25
1.4.4	Excitation d'un mode guidé : le coupleur à prisme	28
1.4.5	Couplage entre modes guidés	31
1.5	Phénomènes non spéculaires	34
1.5.1	Le décalage asymptotique	34
1.5.2	Élargissement de faisceau	38
1.6	Conclusion	44

Le comportement des ondes électromagnétiques dans des milieux linéaires est gouverné de façon exacte par les équations de Maxwell. Les méthodes numériques sont capitales pour les résoudre et étudier les phénomènes physiques. Dans ce Chapitre, nous présentons et justifions la stabilité des méthodes numériques choisies pour décrire la propagation des ondes dans les structures multi-couches et les structures périodiques à une dimension. Puis nous présentons le phénomène de mode guidé et rappelons les

principaux résultats concernant les ondes de surface et les modes du guide d'onde plan conventionnel. Nous insistons particulièrement sur la notion de couplage entre modes guidés et entre un mode guidé et des ondes propagatives. Enfin, nous proposons une étude théorique du décalage et de l'élargissement (effets dits non spéculaires) d'un faisceau lors de sa réflexion sur une structure multi-couches. Cela nous permet de rencontrer des phénomènes peu intuitifs et de nous questionner sur les bonnes utilisations des outils classiques.

1.1 Structures multi-couches en électromagnétisme

Nous considérons des structures multi-couches, c'est-à-dire invariantes suivant deux directions de l'espace que nous prendrons selon les axes Ox et Oy . Chaque milieu, linéaire, local, homogène et isotrope, est caractérisé par sa permittivité électrique ϵ et sa perméabilité magnétique μ . Sans perte de généralité, nous recherchons des solutions des équations de Maxwell en régime harmonique et invariantes selon la direction de l'axe Oy . Les équations de Maxwell prennent alors la forme de deux systèmes découplés d'équations. Le premier fait intervenir la seule composante E_y du champ électrique \vec{E} :

$$-\partial_z E_y = i\omega\mu_0\mu H_x \quad (1.1a)$$

$$\partial_x E_y = i\omega\mu_0\mu H_z \quad (1.1b)$$

$$\partial_z H_x - \partial_x H_z = -i\omega\epsilon_0\epsilon E_y, \quad (1.1c)$$

le second la seule composante H_y du champ magnétique \vec{H} :

$$\partial_z H_y = i\omega\epsilon_0\epsilon E_x \quad (1.2a)$$

$$\partial_x H_y = i\omega\mu_0\mu E_z \quad (1.2b)$$

$$\partial_z E_x - \partial_x E_z = -i\omega\epsilon_0\epsilon H_y. \quad (1.2c)$$

Nous nous placerons dans deux cas particuliers de polarisations appelées $E_{//}$ et $H_{//}$. En $E_{//}$, le champ électrique est supposé parallèle à l'axe Oy et E_y sa seule composante non nulle est concernée par le premier système, alors que H_y est nulle. En $H_{//}$, c'est le champ magnétique qui est supposé parallèle à l'axe Oy et sa seule composante non nulle H_y est concernée par le second système, E_y étant nulle.

Nous cherchons dans tous les cas le champ E_y (respectivement H_y) en polarisation $E_{//}$ (respectivement $H_{//}$) sous la forme

$$u(x, y, z, t) = \Phi(z)e^{i(\alpha x - \omega t)}. \quad (1.3)$$

Dans chaque milieu, et quelle que soit la polarisation, u vérifie l'équation de Helmholtz issue des équations de Maxwell

$$\Delta u + k^2 u = 0, \quad (1.4)$$

1.2 Propagation d'un faisceau

avec $k = nk_0$, $n = \sqrt{\epsilon\mu}$, et $k_0 = \omega/c$. La constante c étant bien entendu la vitesse de propagation de la lumière dans le vide et ω la pulsation de l'onde électromagnétique. Nous en déduisons que Φ vérifie

$$\Phi'' + (k^2 - \alpha^2)\Phi = 0, \quad (1.5)$$

et, en posant $\gamma^2 = k^2 - \alpha^2$, que Φ est de la forme

$$\Phi(z) = A e^{i\gamma z} + B e^{-i\gamma z}, \quad (1.6)$$

où A et B sont des constantes. Ceci est valable dans tout milieu, avec $\gamma = \sqrt{k^2 - \alpha^2}$ ou $\gamma = i\sqrt{\alpha^2 - k^2}$ suivant que α est inférieur ou supérieur à k .

La différence entre les deux polarisations réside dans l'écriture des conditions de passage d'une couche à l'autre. Dans le cas de la polarisation $E_{//}$ (respectivement $H_{//}$) le champ E_y (respectivement H_y) est continu et la quantité $\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_y}{\partial z}$ (respectivement $\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial H_y}{\partial z}$) est conservée.

Le vecteur de Poyting complexe, dont la partie réelle correspond au flux d'énergie moyenné temporellement, est donné par

$$\vec{P} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^*. \quad (1.7)$$

Dans la suite de ce travail, sa composante suivant l'axe x nous intéressera particulièrement. Elle est donnée par

$$P_x = \frac{1}{2} (E_y H_z^* - E_z H_y^*), \quad (1.8)$$

expression qui devient, en polarisation $E_{//}$, et en utilisant les équations de Maxwell

$$P_x = \frac{1}{2} E_y \frac{1}{-i\omega\mu_0\mu} \partial_x E_y^*. \quad (1.9)$$

Puis, en faisant intervenir (1.6) nous obtenons

$$P_x = \frac{\alpha}{2\omega\mu_0\mu} |E_y|^2. \quad (1.10)$$

Dans le cas de la polarisation $H_{//}$ un calcul en tout point similaire conduit à l'expression suivante

$$P_x = \frac{\alpha}{2\omega\epsilon_0\epsilon} |H_y|^2. \quad (1.11)$$

De façon générale, les expressions des champs et du vecteur de Poynting dans une polarisation donnée s'obtient à partir des expressions dans l'autre polarisation et échangeant E_y avec H_y , et ϵ avec μ .

1.2 Propagation d'un faisceau

1.2.1 Description du problème

Nous souhaitons calculer le champ électromagnétique dans une structure lamellaire éclairée par un faisceau lumineux. La structure, représentée sur la figure 3.1, est composée de N couches caractérisées

par leurs permittivités diélectriques ε_j et leurs perméabilités magnétiques μ_j .

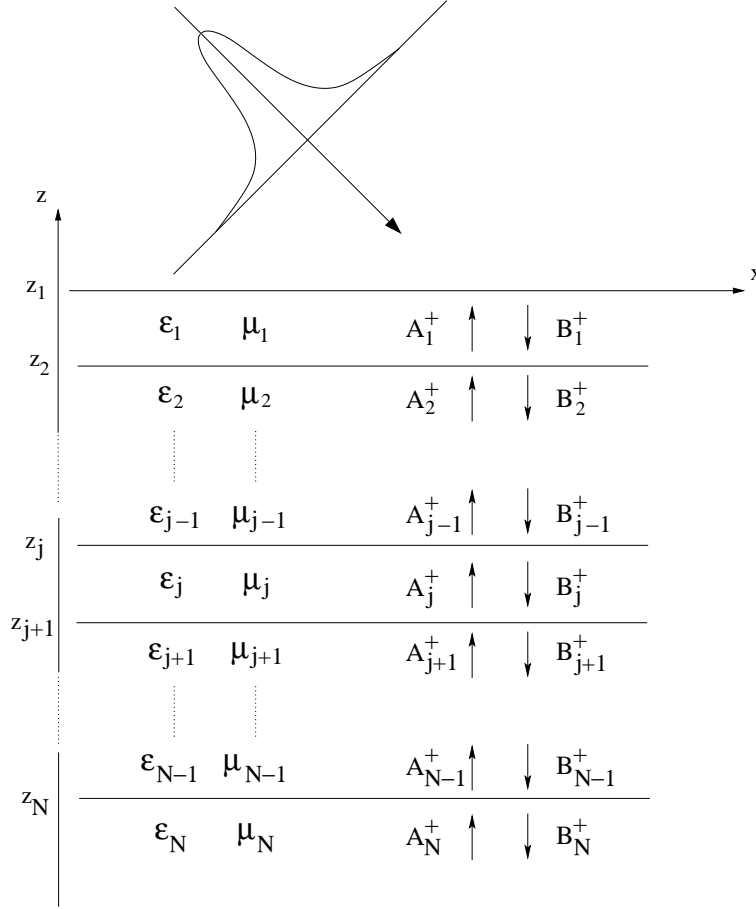


FIGURE 1.1 – La structure est composée de N couches, chacune caractérisée par sa permittivité ε_j et sa perméabilité μ_j . Le problème est invariant selon l'axe Oy .

Un faisceau monochromatique gaussien de largeur w (aussi appelé waist) peut être décrit comme une somme d'ondes planes, chacune caractérisée par une valeur de la constante de propagation α et une amplitude $A(\alpha)$

$$A(\alpha) = \frac{w}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{w^2}{4}(\alpha - \alpha_0)^2} e^{-i\alpha x_0}, \quad (1.12)$$

où x_0 est l'abscisse du centre du faisceau, définie par

$$x_0 = \frac{\int x |A(x)|^2 dx}{\int |A(x)|^2 dx}, \quad (1.13)$$

et $\alpha_0 = \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} k_0 \sin \theta_0$, θ_0 étant l'angle d'incidence du faisceau. En polarisation $E_{//}$ (respectivement $H_{//}$), le champ E_y (respectivement H_y), dans la j -ième couche peut s'écrire, par linéarité

$$\frac{1}{2\pi} \int A(\alpha) \left(A_j^+ e^{i\gamma_j(z-z_j)} + B_j^+ e^{-i\gamma_j(z-z_j)} \right) e^{i(\alpha x - \omega t)} d\alpha, \quad (1.14)$$

1.2 Propagation d'un faisceau

où $\gamma_j = \sqrt{\varepsilon_j \mu_j k_0^2 - \alpha^2}$, z_j étant la position de la limite supérieure de la couche j . Les coefficients A_j^+ et B_j^+ correspondent à une onde plane de constante de propagation α et d'amplitude égale à 1.

Dans ce qui suit, nous allons donc nous intéresser au champ dans la structure créé par une de ces ondes planes dont l'amplitude est égale à 1. Nous chercherons à calculer les coefficients A_j^+ et B_j^+ . Le champ créé par l'ensemble du faisceau sera ensuite reconstitué en sommant les champs créés par chacune des ondes planes, selon (1.14).

Ainsi, pour une valeur de α fixée, l'amplitude du champ au-dessus de la structure ($z > z_1$) s'exprime

$$(r e^{i\gamma_1 z} + e^{-i\gamma_1 z}) e^{i(\alpha x - \omega t)}, \quad (1.15)$$

par définition de r , le coefficient de réflexion de l'ensemble de la structure. De même, en-dessous, de la structure, le champ est simplement donné par

$$t e^{-i(\gamma_N z + \alpha x - \omega t)}, \quad (1.16)$$

t étant le coefficient de transmission.

Pour déterminer r , t , et tous les coefficients A_j^+ et B_j^+ , nous devons résoudre le système suivant, issu des relations de continuité des champs aux interfaces. Pour la polarisation $E_{//}$, il s'écrit, $\forall j \in < 1, N - 1 >$

$$A_j^- + B_j^- = A_{j+1}^+ + B_{j+1}^+ \quad (1.17a)$$

$$\frac{\gamma_j}{\mu_j} (A_j^- - B_j^-) = \frac{\gamma_{j+1}}{\mu_{j+1}} (A_{j+1}^+ - B_{j+1}^+), \quad (1.17b)$$

avec $A_j^- = A_j^+ e^{i\gamma(z_{j+1}-z_j)}$ et $B_j^- = B_j^+ e^{-i\gamma(z_{j+1}-z_j)}$. Pour la polarisation $H_{//}$, il faut simplement remplacer μ_j par ε_j .

Numériquement, la somme intégrale (1.14) ne peut pas être calculée de façon exacte. Nous devons avoir recours à une discrétisation et sommes donc conduit à ne considérer qu'un nombre fini de valeurs pour α . Cela revient à reconstituer le faisceau en sommant un nombre fini d'ondes planes. Une conséquence est alors la périodisation du problème : le champ calculé sera pseudo-périodique dans la direction de l'axe Ox .

1.2.2 Différentes méthodes numériques

Pour chaque valeur de α considérée, le système (1.17a) doit être résolu afin de calculer les coefficients A_j^+ et B_j^+ , pour une onde plane incidente d'amplitude unité. Pour cela, plusieurs méthodes existent afin d'écrire les relations entre les coefficients. Par exemple, pour relier les coefficients du haut d'une couche

(A_j^+, B_j^+) à ceux du bas (A_j^-, B_j^-) , nous pouvons écrire

$$\begin{bmatrix} A_j^+ \\ B_j^+ \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & e^{i\gamma_j h_j} \\ e^{-i\gamma_j h_j} & 0 \end{bmatrix}}_{T_c} \begin{bmatrix} B_j^- \\ A_j^- \end{bmatrix}, \quad (1.18)$$

ou encore

$$\begin{bmatrix} A_j^+ \\ B_j^- \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & e^{i\gamma_j h_j} \\ e^{i\gamma_j h_j} & 0 \end{bmatrix}}_{S_c} \begin{bmatrix} B_j^+ \\ A_j^- \end{bmatrix}, \quad (1.19)$$

avec $h_j = z_{j+1} - z_j$. Les matrices S_c et T_c sont respectivement appelées les matrices de scattering (S) et de transfert (T) de la couche j .

Le lien entre les coefficients de part et d'autre d'une interface séparant deux couches voisines peut être établi par la matrice T d'interface T_i :

$$\begin{bmatrix} A_{j+1}^+ \\ B_{j+1}^+ \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{1}{2\gamma_{j+1}\mu_j} \begin{bmatrix} \gamma_{j+1}\mu_j + \gamma_j\mu_{j+1} & \gamma_{j+1}\mu_j - \gamma_j\mu_{j+1} \\ \gamma_{j+1}\mu_j - \gamma_j\mu_{j+1} & \gamma_{j+1}\mu_j + \gamma_j\mu_{j+1} \end{bmatrix}}_{T_i} \begin{bmatrix} A_j^- \\ B_j^- \end{bmatrix}, \quad (1.20)$$

ou bien par la matrice S d'interface S_i :

$$\begin{bmatrix} A_j^- \\ B_{j+1}^+ \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{\mu_j \mu_{j+1}}{\gamma_j \mu_{j+1} + \gamma_{j+1} \mu_j} \begin{bmatrix} \frac{\gamma_j}{\mu_j} - \frac{\gamma_{j+1}}{\mu_{j+1}} & 2 \frac{\gamma_{j+1}}{\mu_{j+1}} \\ 2 \frac{\gamma_j}{\mu_j} & \frac{\gamma_{j+1}}{\mu_{j+1}} - \frac{\gamma_j}{\mu_j} \end{bmatrix}}_{S_i} \begin{bmatrix} B_j^- \\ A_{j+1}^+ \end{bmatrix}. \quad (1.21)$$

Parmi ces deux méthodes, les matrices de transfert sont très souvent utilisées pour leur simplicité [Parker, 2005], [Li 1996]. En effet, pour résoudre entièrement le système (1.17a), les différentes matrices d'interfaces et de couches doivent être combinées afin de lier tous les coefficients de la structure, de proche en proche. Les matrices T sont particulièrement adaptées à cela puisque, par exemple, (1.18) et (1.20) se combinent pour donner

$$\begin{bmatrix} A_{j+1}^+ \\ B_{j+1}^+ \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} B_j^- \\ A_j^- \end{bmatrix}, \quad (1.22)$$

avec simplement

$$T = T_i T_c. \quad (1.23)$$

Les matrices de transfert des différentes couches et interfaces ont juste à être multipliées jusqu'à exprimer chaque couple (A_j^+, B_j^+) en fonction des coefficients connus des première et dernière couches : $B_1^+ = 1$ et $A_N^- = 0$.

Cependant, on remarque que le calcul numérique du champ électromagnétique à l'aide des matrices de transfert provoque des instabilités [Krayzel et al., 2010]. Par exemple, si nous considérons un cas de réflexion totale frustrée où un faisceau avec une incidence de $\pi/4$ rencontre une couche d'air se trouvant

1.2 Propagation d'un faisceau

dans un milieu de permittivité $\varepsilon = 4$. Le calcul du coefficient de transmission ne peut aboutir dès que l'épaisseur de la couche d'air est supérieure à 5.5λ . Mais même en l'absence d'ondes évanescentes, la méthode des matrices T peut être instable. Dans le cas d'un simple miroir de Bragg pour lequel le champ est propagatif, le calcul du coefficient de réflexion souffre d'instabilités lorsque le nombre de couches du miroir devient trop important. Sur la figure 1.2, l'instabilité de la méthode numérique laisse apparaître un coefficient de réflexion non nul dans la bande interdite de Bragg pour un miroir de 90 périodes.

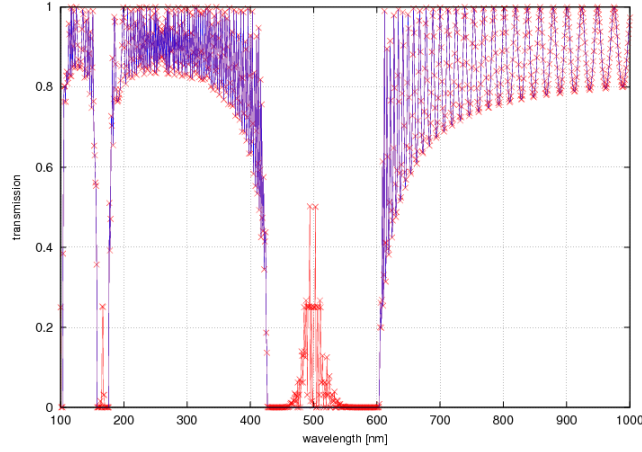


FIGURE 1.2 – Coefficient de transmission d'un miroir de Bragg calculé en utilisant les matrices de transfert (courbe rouge) et les matrices de scattering (courbe bleue). Le miroir, éclairé en incidence normale, est formé par une succession de couches de milieux de permittivités $\varepsilon = 2$ et $\varepsilon = 6$, et d'épaisseurs 88nm et 51nm, respectivement. Ici le miroir comprend 90 périodes

Une source d'instabilité numérique courante est se produit lorsque l'on ajoute deux nombres d'ordre de grandeur différents. Les matrices de transfert de couches présentent deux éléments exponentiels (1.18). Or ces deux éléments sont inverses l'un de l'autre, ce qui implique la manipulation de deux nombres d'ordres de grandeurs très différents. Dans le cas d'ondes évanescentes, produites en particulier dans le cas de réflexion frustrée, γ_j est imaginaire pur rendant les exponentielles réelles. Nous devons donc manipuler des nombres d'ordres de grandeur très différents, ce qui produit des instabilités numériques.

L'utilisation des matrices S permet de pallier ce problème, puisque les deux éléments non nuls des matrices de couche sont égaux (1.19), et petits pour des milieux conventionnels. Le calcul des coefficients de transmission dans les cas considérés précédemment (réflexion totale frustrée et miroir de Bragg) se déroule alors sans problème numérique. Toutefois, les matrices de scattering peuvent parfois présenter un autre type de problème : la division par zéro. En effet, lorsque l'on a une interface entre deux milieux dont les permittivités et les perméabilités sont exactement opposées, le dénominateur du pré-facteur de l'équation (1.21) s'annule puisque $\gamma_j = \gamma_{j+1}$ et $\mu_j = -\mu_{j+1}$. Par exemple, cela concerne les lentilles de

Pendry [Pendry, 2000], qui consistent en une couche de milieu de permittivité et de perméabilité égales à -1 , dans l'air.

Il existe d'autres méthodes comme celle d'Abélès [Abélès, 1950], qui présente des instabilités numériques similaires à celles dont souffrent les matrices de transfert, mais seulement dans le cas d'ondes évanescentes, ou la méthode Dirichlet-to-Neumann [Yuan and Lu, 2006] dont les performances numériques sont analogues à la méthode des matrices S .

Pour l'ensemble de ces raisons, c'est la méthode des matrices S que nous avons retenue pour tous nos codes numériques, et en particulier pour celui que nous décrivons ici.

Pour combiner les matrices S entre elles, il ne suffit pas de les multiplier, comme pour les matrices de transfert. Elle doivent être "cascadées" selon le schéma suivant. Si nous avons

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix}, \quad (1.24)$$

et

$$\begin{bmatrix} D \\ E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{21} & I_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ F \end{bmatrix}, \quad (1.25)$$

ces relations peuvent être combinées pour donner

$$\begin{bmatrix} A \\ E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} + L_{12} \frac{I_{11} L_{21}}{1 - I_{11} L_{22}} & \frac{L_{12} I_{12}}{1 - I_{11} L_{22}} \\ \frac{I_{21} L_{21}}{1 - L_{22} I_{11}} & I_{22} + \frac{I_{21} L_{22} I_{12}}{1 - L_{22} I_{11}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ F \end{bmatrix}. \quad (1.26)$$

De cette façon, il est possible de cascader les matrices S jusqu'à relier les A_j et B_j aux coefficients de la première couche :

$$\begin{bmatrix} A_1^+ \\ B_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1^+ \\ A_j \end{bmatrix}, \quad (1.27)$$

et aux coefficients du dernier milieu :

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_j \\ A_N^- \end{bmatrix}. \quad (1.28)$$

Ensuite, une fois les matrices S et U déterminées, comme $B_1^+ = 1$ (l'amplitude de l'onde incidente est égale à 1) et $A_N^- = 0$ (dans le dernier milieu il n'y a qu'une onde sortant de la structure), nous pouvons exprimer A_j et B_j :

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{U_{12}}{1 - U_{11} S_{22}} & \frac{U_{11} S_{21}}{1 - U_{11} S_{22}} \\ \frac{S_{22} U_{12}}{1 - S_{22} U_{11}} & \frac{S_{21}}{1 - S_{22} U_{11}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_N^- \\ B_1^+ \end{bmatrix}. \quad (1.29)$$

Tous les coefficients A_j et B_j calculés de cette façon nous permettent de connaître l'amplitude du champ, créé par l'onde plane incidente, en chaque point de la structure.

1.3 Structures périodiques 1D

1.2.3 Les problèmes de coupures

Quand nous voulons simuler la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu, se pose le problème de la détermination de la racine carrée. Dans une couche, le champ est divisé en deux parties selon l'équation (1.14). Le premier terme correspond à une onde se propageant en direction des z croissants (qui monte), et le second à une onde se propageant en direction des z décroissant (qui descend). Tout changement de détermination de la racine carrée, pourrait changer γ_j en $-\gamma_j$ mais ne modifierait en rien le système (1.17a) puisque cela reviendrait à simplement échanger les coefficients A_j et B_j . Cependant, lorsque l'on veut définir un coefficient de réflexion ou de transmission, le choix de la racine carrée est crucial puisque les ondes sortantes et entrantes dans la structure doivent être parfaitement déterminées. Pour cette raison, la détermination de la racine devra se faire avec précaution dans les premier et dernier milieux formant la structure, mais elle n'a aucune importance pour les couches comprises entre les deux [Maystre, 1982, Ziolkowski and Heyman, 2001, Milonni, 2005].

Numériquement, cette détermination est très importante. En effet, une meilleure stabilité est assurée à la méthode des matrices S lorsque la direction de propagation de l'onde est choisie de telle sorte à être la même que la direction de sa décroissance. Cela revient à choisir la racine carrée dans chaque milieu de façon à ce que la partie imaginaire de la constante de propagation γ_j soit toujours positive.

Dans le cas général, $\gamma = \sqrt{\varepsilon \mu k_0^2 - \alpha^2}$ est complexe. Si sa partie imaginaire est négative, le module des éléments non nuls de la matrice S (1.19) qui s'écrit

$$\left| e^{i\gamma_j h_j} \right| = e^{-\gamma_j'' h_j}, \quad (1.30)$$

avec $\gamma_j'' = \Im(\gamma_j)$, diverge quand l'épaisseur de la couche h_j augmente et rend la méthode instable. Finalement, nous choisiront la racine carrée dans chaque milieu (hormis les premier et dernier) pour obtenir $\gamma_j'' > 0$ et stabiliser ainsi la méthode en gardant des matrices S de couche sans élément divergent.

Un code fiable basé sur cette méthode de calcul a été publié [Krayzel et al., 2010]. Il est parfaitement adapté à la simulation d'un grand nombre de couches. Toutes les simulations présentées dans ce manuscrit en sont le fruit.

1.3 Structures périodiques 1D

1.3.1 La méthode modale de Fourier

Dans cette partie, nous allons présenter la méthode modale de Fourier, permettant de décrire la propagation d'un faisceau lumineux dans un milieu dont la permittivité est périodique dans une dimension de l'espace ou problème des réseaux.

Pour résoudre un tel problème, les méthodes modales sont très courantes. La résolution des équations de Maxwell se ramène à celle d'un problème aux valeurs propres. Ces méthodes possèdent une signification physique forte. Elles permettent de décrire la propagation de la lumière par les différents modes de la structure. La méthode modale la plus utilisée est la méthode modale de Fourier [Moharam and Gaylord, 1981], [Granet and Guizal, 1996], [Lalanne and Morris, 1996], [Li, 1996]. Son principe de base est de développer le champ dans la structure en séries de Fourier.

Présentation du problème

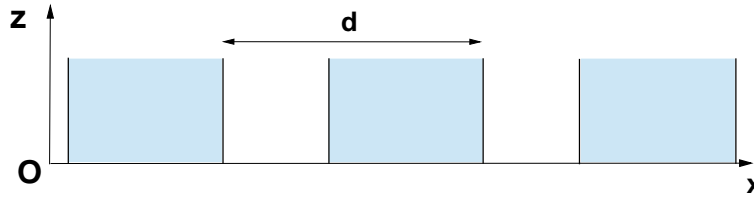


FIGURE 1.3 – La structure est d -périodique dans la direction de l'axe Ox .

La structure est périodique, de période d , selon la direction de l'axe Ox , comme représenté sur la figure 1.3. La permittivité $\varepsilon(x)$, telle que $\varepsilon(x + d) = \varepsilon(x)$, peut donc se décomposer en série de Fourier

$$\varepsilon(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \varepsilon_n e^{\frac{2\pi}{d}nx}. \quad (1.31)$$

Les milieux sont supposés non magnétiques, i.e. $\mu = 1$.

Problème aux valeurs propres

Traisons tout d'abord le cas de la polarisation $E_{//}$. Grâce au théorème de Bloch, qui impose la pseudo-périodicité du champ selon l'axe Ox , la seule composante non nulle du champ électrique, E_y , peut s'écrire sous la forme

$$E_y = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} E_n(z) e^{i\alpha_n x}, \quad (1.32)$$

où $\alpha_n = \alpha_0 + n\frac{2\pi}{d}$, α_0 étant la composante selon Ox du vecteur d'onde de l'onde incidente.

En $E_{//}$, les équations de Maxwell vérifiées par la composante E_y peuvent se mettre sous la forme du système (1.1). Elles peuvent se réduire à

$$\partial_z^2 E_y = -\partial_x^2 E_y - \varepsilon k_0^2 E_y. \quad (1.33)$$

1.3 Structures périodiques 1D

Chaque composante E_n de E_y vérifie donc

$$\partial_z^2 E_n(z) = \alpha_n^2 E_n(z) - k^2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \varepsilon_{n-m} E_m(z), \quad (1.34)$$

formant un système d'une infinité d'équations. Ce système peut s'écrire

$$\partial_z^2 E = ME, \quad (1.35)$$

où

$$E = \begin{bmatrix} \vdots \\ E_{-n} \\ \vdots \\ E_0 \\ \vdots \\ E_n \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad (1.36)$$

et

$$M^{ij} = \alpha_i^2 \delta^{ij} - k_0^2 \varepsilon^{i-j}. \quad (1.37)$$

La matrice M est diagonalisable, c'est-à-dire qu'il existe une matrice U telle que $M = U^{-1}DU$, où D est diagonale. En posant $X(z) = U^{-1}E(z)$, l'équation (1.35) devient

$$\partial_z^2 X(z) = DX(z). \quad (1.38)$$

Sa résolution nous donne l'expression générale des composantes du vecteur X

$$X_m = A_m e^{i\gamma_m(z-z_i)} + B_m e^{-i\gamma_m(z-z_i)}, \quad (1.39)$$

avec z_i , la position de la limite supérieure de la couche considérée, et $\gamma_m = \sqrt{D_{mm}}$. Finalement, le vecteur E , donné par $E = UX$, permet d'exprimer le champ E_y (1.32) comme

$$E_y = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{i\alpha_n x} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} U_{nm} \left(A_m e^{i\gamma_m(z-z_i)} + B_m e^{-i\gamma_m(z-z_i)} \right). \quad (1.40)$$

De la même manière que pour les milieux lamellaires, on peut utiliser cette méthode pour considérer le problème d'un faisceau éclairant une structure périodique comme un cristal photonique 2D. Ce travail a été utilisé par Jessica Benedicto pour étudier les décalages non spéculaires à la réflexion sur une épaisseur de cristal photonique 2D. Une publication a été acceptée sur ce sujet dans Optics Letters.

1.3.2 Différences finies

Les méthodes modales basées sur le développement en séries de Fourier souffrent d'un problème : elles ne peuvent reproduire qu'imparfaitement les sauts de permittivité ou de dérivées du champ, parce qu'on tronque la série de Fourier. C'est ce qui conduit aux règles de factorisation utilisées dans la méthode [Li, 1996].

Plutôt que le développement en séries de Fourier, nous pouvons utiliser une technique de différences finies pour résoudre le problème d'une couche réseau lamellaire. La méthode de référence pour cette technique a été proposée par Lalanne [Lalanne, 2000]. Elle fait appel à des techniques proches des règles de factorisation. Nous nous sommes inspirés de cette méthode pour en proposer une variante qui prenne en compte rigoureusement les conditions de passage lorsque le milieu change de permittivité ou de perméabilité.

Le problème se discrétise en définissant le champ E_y en $N+1$ points (les noeuds, notés x_i , numérotés de 0 à N) répartis sur une période du réseau ($x_N = x_0 + d$). Ces noeuds forment un maillage, pas nécessairement régulier. Nous définirons donc $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$. Le champ E_y est cette fois défini par la donnée de ses valeurs $E_i(z)$ en chacun des noeuds x_i .

Pour un réseau lamellaire usuel, nous devons tenir compte de deux discontinuités. L'une est située au point x_n (passage de ϵ_1, μ_1 à ϵ_2, μ_2) et au point x_m (passage de ϵ_2, μ_2 à ϵ_1, μ_1).

La périodicité du problème dans la couche réseau impose la pseudo-périodicité du champ :

$$E_N = e^{i\alpha_0 d} E_0 \quad (1.41)$$

En différences finies, nous pouvons écrire que la dérivée d'ordre deux en x_i peut être approchée par le taux d'accroissement entre la dérivée à droite et la dérivée à gauche, ce qui s'écrit

$$\partial_x^2 E_y)_i \simeq \frac{1}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \left(\frac{E_{i+1} - E_i}{\Delta x_{i+1}} - \frac{E_i - E_{i-1}}{\Delta x_i} \right), \quad (1.42)$$

soit au final

$$\partial_x^2 E_y)_i \simeq \frac{E_{i+1}}{\Delta x_i(\Delta x_{i+1} + \Delta x_{i+1})} + \frac{E_{i-1}}{\Delta x_i(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})} - \frac{2E_i}{\Delta x_i \Delta x_{i+1}}. \quad (1.43)$$

Si nous utilisons cette expression pour écrire l'équation de Helmholtz en un point "quelconque" du maillage (hors le premier et le dernier point, et hors les points autour des discontinuités), nous obtenons

$$\partial_z^2 E_i = - \left(k_0^2 \mu_j \epsilon_j - \frac{2}{\Delta x_i \Delta x_{i+1}} \right) E_i - \frac{E_{i+1}}{\Delta x_i(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})} - \frac{E_{i-1}}{\Delta x_i(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})}. \quad (1.44)$$

Au niveau d'une discontinuité en x_n nous ne pouvons plus écrire l'équation précédente parce que $\partial_x E_y$ n'est plus continue, mais on a continuité de $\frac{1}{\mu} \partial_x E_y$ à la place si $\mu_1 \neq \mu_2$. Nous pouvons cependant

1.3 Structures périodiques 1D

écrire cette conservation en utilisant la dérivée à droite et la dérivée à gauche du point de discontinuité x_n

$$\frac{1}{\mu_1} \frac{E_n - E_{n-1}}{\Delta x_n} = \frac{1}{\mu_2} \frac{E_{n+1} - E_n}{\Delta x_{n+1}}, \quad (1.45)$$

soit

$$E_n = \frac{\mu_1 \Delta x_n}{\mu_2 \Delta x_{n+1} + \mu_1 \Delta x_n} E_{n+1} + \frac{\mu_2 \Delta x_{n+1}}{\mu_2 \Delta x_{n+1} + \mu_1 \Delta x_n} E_{n-1}. \quad (1.46)$$

Évidemment, nous pouvons écrire l'équivalent au point x_m pour l'autre discontinuité

$$E_m = \frac{\mu_2 \Delta x_m}{\mu_1 \Delta x_{m+1} + \mu_2 \Delta x_m} E_{m+1} + \frac{\mu_1 \Delta x_{m+1}}{\mu_1 \Delta x_{m+1} + \mu_2 \Delta x_m} E_{m-1}. \quad (1.47)$$

Nous devons ensuite écrire les relations issues de l'équation de Helmholtz aux points particuliers en tenant compte (i) de l'équation de Helmholtz (ii) de la pseudo-périodicité due au théorème de Bloch et (iii) des relations aux discontinuités.

Pour le premier point x_1 , nous obtenons

$$\partial_z^2 E_1 = - \left(k_0^2 \mu_1 \epsilon_1 - \frac{2}{\Delta x_1 \Delta x_2} \right) E_1 - \frac{E_2}{\Delta x_1 (\Delta x_1 + \Delta x_2)} - \frac{E_N e^{-i\alpha_0 d}}{\Delta x_1 (\Delta x_1 + \Delta x_2)} \quad (1.48)$$

Pour le noeud x_N , nous pouvons de la même manière écrire que

$$\partial_z^2 E_N = - \left(k_0^2 \mu_1 \epsilon_1 - \frac{2}{\Delta x_N \Delta x_1} \right) E_N - \frac{E_1 e^{i\alpha_0 d}}{\Delta x_N (\Delta x_N + \Delta x_1)} - \frac{E_{N-1}}{\Delta x_N (\Delta x_N + \Delta x_1)}. \quad (1.49)$$

Pour les points autour de la discontinuité en x_n , nous allons éliminer E_n des équations grâce aux relations dues à la discontinuité, et écrire pour x_{n-1} et x_{n+1} ,

$$\begin{aligned} \partial_z^2 E_{n-1} = & \left(-k_0^2 \mu_1 \epsilon_1 + \frac{2}{\Delta x_{n-1} \Delta x_n} - \frac{1}{\Delta x_{n-1} (\Delta x_n \Delta x_{n-1})} \frac{\mu_2 \Delta x_{n+1}}{\mu_2 \Delta x_{n+1} + \mu_1 \Delta x_n} \right) E_{n-1} \\ & - \frac{1}{\Delta x_{n-1} (\Delta x_n \Delta x_{n-1})} \frac{\mu_1 \Delta x_n}{\mu_2 \Delta x_{n+1} + \mu_1 \Delta x_n} E_{n+1} \\ & - \frac{E_{n-2}}{\Delta x_{n-1} (\Delta x_n \Delta x_{n-1})} \end{aligned} \quad (1.50)$$

et

$$\begin{aligned} \partial_z^2 E_{n+1} = & \left(-k_0^2 \mu_2 \epsilon_2 + \frac{2}{\Delta x_{n+1} \Delta x_{n+2}} - \frac{1}{\Delta x_{n+1} (\Delta x_{n+1} \Delta x_{n+2})} \frac{\mu_1 \Delta x_n}{\mu_2 \Delta x_{n+1} + \mu_1 \Delta x_n} \right) E_{n+1} \\ & - \frac{1}{\Delta x_{n+1} (\Delta x_{n+1} \Delta x_{n+2})} \frac{\mu_2 \Delta x_{n+1}}{\mu_2 \Delta x_{n+1} + \mu_1 \Delta x_n} E_{n-1} - \frac{E_{n+2}}{\Delta x_{n+1} (\Delta x_{n+1} \Delta x_{n+2})} \end{aligned} \quad (1.51)$$

Nous pouvons faire de même pour x_{m-1} et x_{m+1} pour écrire finalement que

$$\begin{aligned} \partial_z^2 E_{m-1} = & \left(-k_0^2 \mu_2 \epsilon_2 + \frac{2}{\Delta x_{m-1} \Delta x_m} - \frac{1}{\Delta x_{m-1} (\Delta x_m \Delta x_{m-1})} \frac{\mu_1 \Delta x_{m+1}}{\mu_1 \Delta x_{m+1} + \mu_2 \Delta x_m} \right) E_{m-1} \\ & - \frac{1}{\Delta x_{m-1} (\Delta x_m \Delta x_{m-1})} \frac{\mu_2 \Delta x_m}{\mu_1 \Delta x_{m+1} + \mu_2 \Delta x_m} E_{m+1} - \frac{E_{m-2}}{\Delta x_{m-1} (\Delta x_m \Delta x_{m-1})} \end{aligned} \quad (1.52)$$

et

$$\begin{aligned} \partial_z^2 E_{m+1} = & \left(-k_0^2 \mu_1 \epsilon_1 + \frac{2}{\Delta x_{m+1} \Delta x_{m+2}} - \frac{1}{\Delta x_{m+1} (\Delta x_{m+1} \Delta x_{m+2})} \frac{\mu_2 \Delta x_m}{\mu_1 \Delta x_{m+1} + \mu_2 \Delta x_m} \right) E_{m+1} \\ & - \frac{1}{\Delta x_{m+1} (\Delta x_{m+1} \Delta x_{m+2})} \frac{\mu_1 \Delta x_m}{\mu_1 \Delta x_{m+1} + \mu_2 \Delta x_m} E_{m-1} - \frac{E_{m+2}}{\Delta x_{m+1} (\Delta x_{m+1} \Delta x_{m+2})}. \end{aligned} \quad (1.53)$$

Si nous définissons maintenant le vecteur

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ \vdots \\ E_{n-1} \\ E_{n+1} \\ \vdots \\ E_{m-1} \\ E_{m+1} \\ \vdots \\ E_N \end{bmatrix} \quad (1.54)$$

qui ne fait pas intervenir E_n et E_m , alors le système d'équations constitué des équations précédentes peut s'écrire

$$\partial_z^2 \mathbf{E} = \mathbf{M} \mathbf{E}. \quad (1.55)$$

C'est donc là encore un problème aux valeurs propres qu'il faut résoudre.

Il reste la question du choix du maillage que nous n'avons pas abordé. Plutôt que de reprendre celui proposé par Lalanne, nous nous sommes inspirés de la technique d'étirement de coordonnées utilisée avec succès par Gérard Granet [Granet, 1999]. Pour cela, nous définissons la fonction $f(x)$ par

$$\begin{cases} f(x) = x + 2\eta \frac{x_n}{2\pi d} \sin\left(\frac{\pi x}{x_n}\right) & \forall x \in [0, x_n] \\ f(x) = x + \frac{\eta(x_m - x_n)}{2\pi d} \sin\left(\frac{\pi(x_m - x)}{x_m - x_n}\right) & \forall x \in [x_n, x_m] \\ f(x) = x - \frac{2\eta(x_n - x_m)}{2\pi d} \sin\left(\frac{\pi(d - x)}{x_n - x_m}\right) & \forall x \in [x_m, d] \end{cases} \quad (1.56)$$

1.4 Modes guidés

Cette fonction a notamment pour mérite de laisser x_n et x_m invariants. Il nous suffit donc de prendre un ensemble de points équirépartis $\{a_i\}$ sur l'intervalle $[0, x_n]$ puis de poser $x_i = f(a_i)$, et de faire de même pour les autres intervalles.

La fonction f est contrôlée par le paramètre η . Les propriétés du maillage dépendent donc de cette variable. Quand elle est nulle, les points restent équirépartis. Quand elle s'approche de 1, le maillage est plus fin autour des discontinuités, ce qui permet de mieux décrire le champ à cet endroit.

Les résultats numériques montrent que notre méthode est exactement aussi efficace que celle proposée par Lalanne avec un choix de maillage identique au nôtre. Notre méthode a l'avantage de ne pas faire appel à des règles de factorisation, et de prendre en compte rigoureusement les sauts du champ et des paramètres définissant les matériaux. Mais cela n'apporte pas de réel gain sur la vitesse de convergence (la précision du résultat obtenu en fonction de N).

1.4 Modes guidés

Cette section est dédiée à l'exposition des résultats de base concernant le guidage des ondes dans les structures multi-couches. Nous y introduisons la notion de résonance et de mode guidé, puis nous nous intéressons aux modes propres de structures simples. Les conditions d'existence et les principales caractéristiques des modes guidés d'une interface et d'une couche de diélectrique sont exposés. Nous nous penchons notamment sur le sens de propagation des modes guidés. Ensuite, nous présentons le principe du coupleur à prisme qui permet d'exciter un guide d'onde en couplant un faisceau incident à un mode guidé. Enfin nous avançons quelques notions pour l'étude du phénomène de couplage entre deux guides d'onde.

1.4.1 Le phénomène de résonance

Un oscillateur très simple en mécanique est constitué par une masse m ponctuelle reliée à une paroi fixe par un ressort de constante de raideur K . La masse est assujettie à un mouvement selon l'axe Ox horizontal. Cet oscillateur possède un seul degré de liberté. En l'absence de frottement, l'étude du mouvement sans force extérieure appliquée (oscillations libres) montre l'existence d'une solution particulière correspondant à un mouvement sinusoïdal de pulsation $\omega_0 = \sqrt{K/m}$. C'est la fréquence propre du système. Si une force extérieure à une fréquence proche de ω_0 excite le système (oscillations forcées), celui-ci entre en résonance et l'amplitude du mouvement diverge. En pratique, cette amplitude est limitée par des frottements ou des effets non linéaires.

Le phénomène de résonance se rencontre dans tous les domaines de la physique. Il s'agit d'une augmentation de l'amplitude des oscillations d'une grandeur physique, lorsqu'une source excitatrice fournit

de l'énergie au système avec une certaine fréquence appelée fréquence de résonance. Une résonance est un comportement en régime forcé et traduit l'excitation d'un mode propre du système. De manière générale, les modes propres d'une structure sont ses comportements monochromatiques possibles, en régime libre. Ils doivent néanmoins respecter certaines conditions limites. Dans le cas d'un mode guidé en électromagnétisme, ce sont les amplitudes des champs qui doivent être nulles loin du guide. Les fréquences de résonance sont proches des fréquences des modes propres, c'est pourquoi on utilise aussi le terme de "mode" pour parler des résonances.

Dans le cas d'un système optique, les modes propres d'une structure seront les champs monochromatiques vérifiant les équations de Maxwell en l'absence de sources. Le régime forcé peut être imposé par une onde plane incidente. Comme dans l'exemple précédent, chaque mode propre est caractérisé par une pulsation temporelle propre. Nous verrons que la résolution des équations de Maxwell fait aussi intervenir une pulsation spatiale propre, notée α et aussi appelée constante de propagation. Ces deux pulsations propres sont reliées par une relation appelée relation de dispersion.

Dans ce chapitre nous allons étudier des modes résonants susceptibles de se propager dans une structure multi-couches constituant un guide d'onde. Tout d'abord nous verrons qu'une simple interface entre deux milieux peut supporter des modes guidés, puis nous nous pencherons sur le guide d'onde plan.

1.4.2 Modes guidés d'une interface entre deux milieux

Une simple interface séparant deux milieux peut constituer un guide d'onde. Comme nous allons le montrer, des ondes de surface sont par exemple autorisées le long d'une interface air/métal en polarisation $H_{//}$, le métal présentant une permittivité négative. De telles ondes sont dans ce cas appelées "plasmons de surface". En 1968, Otto a montré le premier que l'on pouvait les exciter par couplage évanescent [Otto, 1968]. L'apparition de procédés modernes de nanofabrication et les besoins de miniaturisation et du contrôle de la lumière dans des volumes très faibles donnent actuellement un grand intérêt aux ondes de surfaces. Tout un domaine de l'optique s'est ainsi ouvert : la plasmonique [Ozby, 2006].

Relations de dispersion

Considérons une interface entre un milieu diélectrique de permittivité ε_1 et de perméabilité μ_1 positives et un milieu dont les permittivité et perméabilité ε_2 et μ_2 peuvent prendre des valeurs positives ou négatives. Nous nous intéressons aux champs se propageant dans la structure selon la direction Ox parallèle à l'interface, et donc aux champs de la forme donnée par (1.6). De plus, nous souhaitons que $|\Phi|$ prenne seulement des valeurs notables au voisinage de l'interface, pour pouvoir parler d'onde guidée.

1.4 Modes guidés

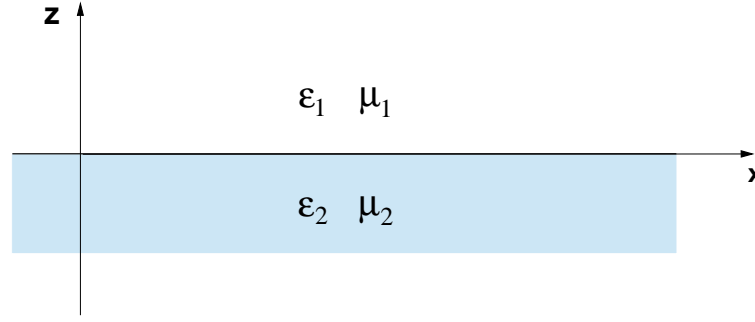


FIGURE 1.4 – Interface entre deux milieux

Nous devons donc avoir $\Phi(\pm\infty) = 0$. Dans les milieux 1 et 2, les champs sont alors de la forme

$$\phi_1(z) = A \exp(i\gamma_1 z), \quad (1.57a)$$

$$\phi_2(z) = B \exp(-i\gamma_2 z), \quad (1.57b)$$

avec

$$\gamma_1 = i\sqrt{\alpha^2 - \varepsilon_1\mu_1 k_0^2} = i\kappa_1, \quad (1.58a)$$

$$\gamma_2 = i\sqrt{\alpha^2 - \varepsilon_2\mu_2 k_0^2} = i\kappa_2. \quad (1.58b)$$

Pour avoir des champ décroissants de part et d'autre de l'interface, il faut que κ_1 et κ_2 soient réels, c'est-à-dire que la constante de propagation α doit être supérieure au plus grand des deux nombres $\sqrt{\varepsilon_1\mu_1} k_0$ et $\sqrt{\varepsilon_2\mu_2} k_0$. Le champ est alors évanescent dans les deux milieux.

La condition de continuité du champ à l'interface conduit à l'égalité

$$A = B. \quad (1.59)$$

Puis, la continuité de $\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_y}{\partial z}$ en polarisation $E_{//}$, et celle de $\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial H_y}{\partial z}$ en polarisation $H_{//}$ conduisent aux relations de dispersion des ondes de surface [Ruppin, 2000]

$$\frac{\kappa_1}{\mu_1} + \frac{\kappa_2}{\mu_2} = 0, \quad (1.60a)$$

$$\frac{\kappa_1}{\epsilon_1} + \frac{\kappa_2}{\epsilon_2} = 0, \quad (1.60b)$$

pour les deux polarisations respectives. Ces relations de dispersion (1.60a) et (1.60b) respectivement en $E_{//}$ et $H_{//}$ peuvent aussi se développer et s'écrire

$$\alpha^2 = k_0^2 \mu_1 \mu_2 \left(\frac{\mu_2 \varepsilon_1 - \mu_1 \varepsilon_2}{\mu_2^2 - \mu_1^2} \right), \quad (1.61a)$$

$$\alpha^2 = k_0^2 \varepsilon_1 \varepsilon_2 \left(\frac{\varepsilon_2 \mu_1 - \varepsilon_1 \mu_2}{\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^2} \right). \quad (1.61b)$$

Une condition d'existence apparaît alors, puisque κ_1 et κ_2 sont des réels positifs. La relation de dispersion en $E_{//}$ (1.60a) impose des signes contraires aux perméabilités μ_1 et μ_2 des milieux, et la relation de dispersion en $H_{//}$ (1.60b) impose des signes contraires aux permittivités ε_1 et ε_2 . Ainsi, si $\varepsilon_1 > 0$ et $\mu_1 > 0$, des ondes de surfaces sont autorisées en $E_{//}$ si $\mu_2 < 0$, et en $H_{//}$ si $\varepsilon_2 < 0$.

Nous allons ainsi étudier le cas d'une interface entre un diélectrique et un milieu dont seule la permittivité ou la perméabilité est négative. C'est le cas des métaux qui présentent une permittivité négative.

Interface diélectrique/métal

Considérons les situations pour lesquelles le milieu 2 ne présente qu'un seul de ses paramètres (ε_2 ou μ_2) négatif, l'autre étant égal à un, et tout d'abord, le cas où le milieu 2 présente une permittivité ε_2 négative. Le milieu 1 est un diélectrique sans propriétés magnétiques, i.e. $\mu_1 = 1$. C'est le cas d'une interface entre un diélectrique (ou de l'air) et un métal, dans le domaine du visible. Un plasmon de surface ne peut exister entre le diélectrique et le métal qu'en polarisation $H_{//}$ et que si la relation de dispersion (1.61b), qui peut s'écrire

$$\alpha^2 = k_0^2 \left(\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \right), \quad (1.62)$$

est vérifiée pour une constante de propagation α réelle. Cela est vrai seulement si

$$\varepsilon_1 < |\varepsilon_2|. \quad (1.63)$$

Le cas similaire est celui d'un milieu 2 doté d'une perméabilité μ_2 négative. Un tel milieu n'est pas connu dans la nature, mais peut être réalisé à l'aide d'un métamatériau [Pendry et al., 1999]. Une interface entre un tel milieu, sans propriétés électriques ($\varepsilon_2 = 1$), et de l'air supporte une onde de surface en polarisation $E_{//}$ seulement si

$$\mu_1 < |\mu_2|. \quad (1.64)$$

Sens de propagation

Dans la suite de notre travail, nous attacherons une importance particulière au sens de propagation des modes guidés. En particulier, nous chercherons des modes dont la vitesse de phase (contrôlée par la constante de propagation α) et la vitesse de groupe (proportionnelle au flux d'énergie) sont opposées. Ces modes sont qualifiés de contra-propagatifs.

Pour connaître le sens de propagation du mode guidé, nous devons étudier le flux d'énergie, décrit à l'aide du vecteur de Poynting. Le vecteur de Poynting moyen \vec{P} d'une onde de surface n'a qu'une seule composante non nulle, celle parallèle à l'interface, il s'agit ici de P_x . Le flux d'énergie, noté Π , est le

1.4 Modes guidés

flux du vecteur de Poynting à travers une surface plane infinie normale à l'axe Ox . D'après (1.11), nous avons :

$$\Pi = \int_{-\infty}^{+\infty} P_x dz = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha}{2\omega\varepsilon_0\varepsilon} |H_y|^2 dz, \quad (1.65)$$

avec le champ magnétique de part et d'autre de l'interface de la forme donnée par (1.57), avec $A = B$ d'où

$$\Pi = \frac{\alpha A^2}{2\omega\varepsilon_0\varepsilon_1} \int_0^{+\infty} \exp(-2\kappa_1 z) dz + \frac{\alpha A^2}{2\omega\varepsilon_0\varepsilon_2} \int_{-\infty}^0 \exp(2\kappa_2 z) dz. \quad (1.66)$$

Soit, en intégrant

$$\Pi = \frac{\alpha A^2}{2\omega\varepsilon_0\varepsilon_1} \left[\frac{\exp(-2\kappa_1 z)}{-2\kappa_1} \right]_0^{+\infty} + \frac{\alpha A^2}{2\omega\varepsilon_0\varepsilon_2} \left[\frac{\exp(2\kappa_2 z)}{2\kappa_2} \right]_{-\infty}^0. \quad (1.67)$$

Il vient finalement

$$\Pi = \frac{\alpha A^2}{4\omega\varepsilon_0} \left[\frac{\varepsilon_1\kappa_1 + \varepsilon_2\kappa_2}{\varepsilon_1\kappa_1\varepsilon_2\kappa_2} \right]. \quad (1.68)$$

Dans le cas d'un plasmon de surface se propageant, en polarisation $H_{//}$ sur un métal, nous avons $\varepsilon_2 < 0$ et $\varepsilon_1 > 0$. Le dénominateur de l'expression du flux d'énergie (1.68) est donc négatif. Quant au numérateur, qui peut s'écrire

$$\varepsilon_1\kappa_1 + \varepsilon_2\kappa_2 = \kappa_1\varepsilon_1 \left(1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2} \right), \quad (1.69)$$

en faisant intervenir la relation de dispersion (1.60b), il est toujours négatif puisque l'existence du mode guidé impose $\varepsilon_1 < |\varepsilon_2|$. En conséquence, le flux d'énergie de l'onde de surface (1.68) est du même signe que la constante de propagation α . Il est donc impossible d'obtenir un mode guidé contra-propagatif à l'interface entre un diélectrique et un métal.

Le flux d'énergie est négatif dans le métal et positif dans le diélectrique, mais, pour un plasmon, le champ décroît plus vite dans le métal que dans le milieu diélectrique puisque la permittivité la plus grande est nécessairement celle du métal. Dès lors, le flux d'énergie total sera toujours positif.

1.4.3 Modes guidés d'une couche symétrique

Considérons une couche d'un milieu avec une permittivité ε_2 , une perméabilité μ_2 et une épaisseur est notée h , plongée dans un milieu extérieur caractérisé par ε_1 et μ_1 , comme schématisé sur la figure 1.5. Nous nous intéressons aux modes guidés par cette couche, donc le champ ne doit prendre des valeurs significatives qu'à son voisinage et être évanescents dans le milieu extérieur. Sous ces conditions, le champ

peut s'écrire

$$\Phi_1(z) = A \exp(-\kappa_1 z) \quad \forall z > \frac{h}{2}, \quad (1.70a)$$

$$\Phi_2(z) = B \exp(-i\gamma_2 z) + C \exp(i\gamma_2 z) \quad \forall z \in \left[-\frac{h}{2}, \frac{h}{2}\right], \quad (1.70b)$$

$$\Phi_3(z) = D \exp(\kappa_1 z) \quad \forall z < -\frac{h}{2}, \quad (1.70c)$$

avec $\kappa_1 = \sqrt{\alpha^2 - \varepsilon_1 \mu_1 k_0^2}$ et $\gamma_2 = \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2 k_0^2 - \alpha^2}$. Le champ étant nul en $z = \pm\infty$, la partie réelle de κ_1 est supposée positive. Par contre, il n'y a aucune condition sur γ_2 , qui est complexe dans le cas général.

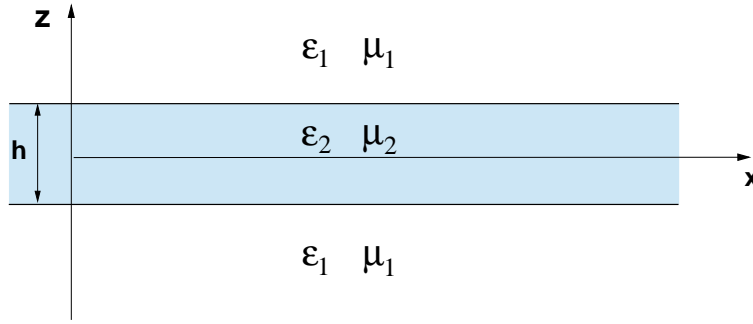


FIGURE 1.5 – Le guide d'onde plan est constitué par une couche d'épaisseur h .

Nous allons étudier le cas de la polarisation $E_{//}$, mais l'étude en polarisation $H_{//}$ est parfaitement analogue. En exploitant les propriétés de symétrie du système, il est possible de distinguer le cas des modes symétriques et celui des modes anti-symétriques [Petit, 1993]. Dans le cas symétrique, $A = D$ et $B = C$, et la simple utilisation des relations de passage dans le cas de la polarisation $E_{//}$ conduit à

$$A e^{-\kappa_1 \frac{h}{2}} = 2 B \cos\left(\gamma_2 \frac{h}{2}\right), \quad (1.71a)$$

$$-\frac{\kappa_1}{\mu_1} A e^{-\kappa_1 \frac{h}{2}} = -\frac{2\gamma_2}{\mu_2} B \sin\left(\gamma_2 \frac{h}{2}\right), \quad (1.71b)$$

dont le rapport donne la relation de dispersion

$$\kappa_1 = \frac{\mu_1}{\mu_2} \gamma_2 \tan\left(\gamma_2 \frac{h}{2}\right). \quad (1.72)$$

En cherchant une solution antisymétrique ($A = -D$ et $B = -C$), la relation de dispersion obtenue par un calcul similaire s'écrit

$$\kappa_1 = -\frac{\mu_1}{\mu_2} \gamma_2 \cot\left(\gamma_2 \frac{h}{2}\right). \quad (1.73)$$

Ces relations de dispersion qui relient α à ω sont des équations transcendantes et ne peuvent être résolues analytiquement. Une approche traditionnelle [Petit, 1993, Okamoto, 2006] consiste poser $u = \gamma_2 \frac{h}{2}$

1.4 Modes guidés

et $v = \kappa_1 \frac{h}{2}$) et à considérer le plan (u, v) pour y représenter les relations de dispersion, respectivement symétrique et antisymétrique, qui peuvent ainsi s'écrire

$$v = \frac{\mu_1}{\mu_2} u \tan(u), \quad (1.74a)$$

$$v = -\frac{\mu_1}{\mu_2} u \cot(u). \quad (1.74b)$$

D'autre part, si on élimine α des expressions de κ_1 et γ_2 , la relation obtenue est

$$\kappa_1^2 + \gamma_2^2 = k_0^2(\varepsilon_2\mu_2 - \varepsilon_1\mu_1), \quad (1.75)$$

soit

$$u^2 + v^2 = V^2, \quad (1.76)$$

avec $V^2 = k_0^2 \frac{h^2}{4} (\varepsilon_2\mu_2 - \varepsilon_1\mu_1)$. C'est l'équation d'un cercle dans le plan (u, v) . Sur la figure 1.6, les intersections entre les courbes correspondent à des modes guidés dont les constantes de propagation sont directement données par les abscisses puisque $\alpha^2 = \varepsilon_2\mu_2 k_0^2 - u^2 \frac{4}{h^2}$. Le paramètre V caractérise le guide

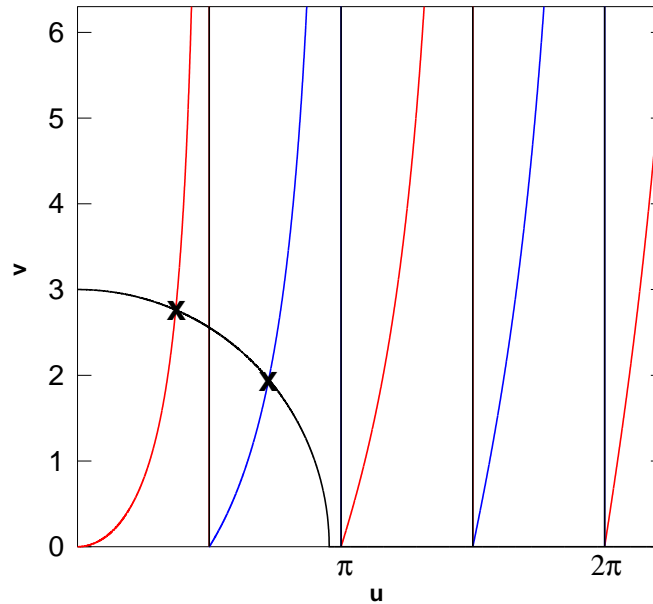


FIGURE 1.6 – Relations de dispersion symétrique (courbe rouge) et antisymétrique (courbe bleue) tracées dans le plan (u, v) . Les points d'intersections avec le cercle noir d'équation (1.76) correspondent aux modes guidés supportés par le guide.

et sa valeur détermine le nombre de modes guidés possibles. Plus V est grand, plus le guide est capable de supporter de modes guidés. La figure 1.6 permet aussi de s'apercevoir que le guide possède toujours au moins un mode guidé symétrique et de conclure qu'un guide monomode est possible, si son épaisseur h est suffisamment faible.

1.4.4 Excitation d'un mode guidé : le coupleur à prisme

Qu'il s'agisse d'un mode guidé d'une interface ou bien d'un guide plan, le champ est localisé au niveau du guide, et évanescents dans le milieu qui l'entoure. Il n'est donc pas possible d'exciter un mode guidé directement avec une onde propagative. Différents dispositifs peuvent être utilisés pour coupler un faisceau lumineux, que l'on peut voir comme une somme d'ondes planes, à un guide d'onde [Tamir, 1979]. Dans une première catégorie de dispositifs, le guide est coupé puis le faisceau est focalisé sur la section du guide. Ce couplage transversal n'est pas toujours facile à réaliser car l'épaisseur du guide est souvent proche de la longueur d'onde. Une seconde façon de faire est d'envoyer un faisceau de façon latérale vers le guide d'onde, il peut s'y coupler grâce à la diffraction sur un réseau ou par l'intermédiaire d'une réflexion totale frustrée à l'interface d'un prisme. Nous nous intéressons à ce dernier dispositif.

Le phénomène de réflexion totale

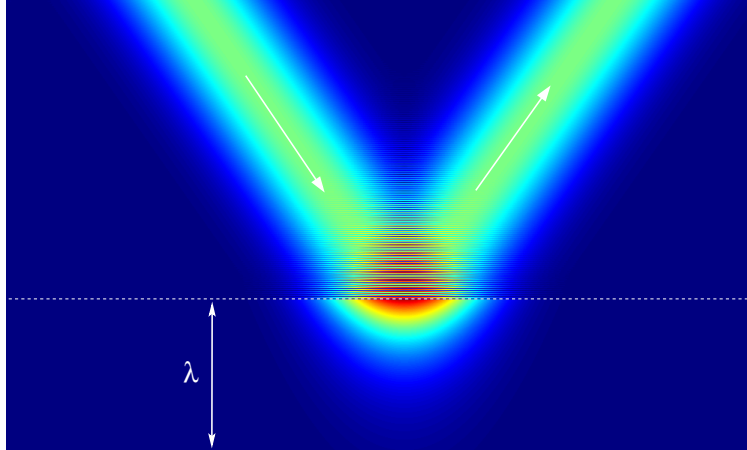


FIGURE 1.7 – Un faisceau dont l'incidence est supérieure à l'angle limite subit une réflexion totale à l'interface. Dans le milieu inférieur, une onde est tout de même présente, il s'agit d'une onde évanescente. L'échelle verticale n'est pas la même dans les deux milieux, avec un zoom sur le milieu inférieur.

Lorsque qu'une onde plane se propageant dans un milieu 1 rencontre une interface avec un milieu 2, la composante selon l'interface de son vecteur d'onde est conservé. En gardant les conventions utilisées jusqu'à présent, notons α cette composante. L'angle d'incidence θ de l'onde lui est relié par la relation $\alpha = \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} k_0 \sin(\theta)$. La projection du vecteur d'onde sur l'axe normal à l'interface est $\gamma_j = \sqrt{\varepsilon_j \mu_j k_0^2 - \alpha^2}$ et dépend des permittivité et perméabilité milieu j . Supposons que γ_1 est réel, c'est-à-dire l'onde propagative, donc $\varepsilon_1 \mu_1 k_0^2 > \alpha^2$. Si $\varepsilon_2 \mu_2 < \varepsilon_1 \mu_1$, alors on peut toujours trouver une valeur de α (et d'un angle θ) au-delà de laquelle $\varepsilon_2 \mu_2 k_0^2 < \alpha^2$, et donc l'onde est évanescente dans le milieu 2. Dans ce milieu, le vecteur de Poynting moyen n'est pas nul mais se trouve parallèle à l'interface.

1.4 Modes guidés

Le flux moyen transmis est donc nul, il y a réflexion totale de l'onde à l'interface.

Par contre, le vecteur de Poynting instantané oscille de part et d'autre de la direction parallèle à l'interface ce qui fait que de l'énergie pénètre quand même dans le milieu 2 avant d'être totalement réfléchi. Cette pénétration est à l'origine de l'effet Goos-Hänchen, nom du phénomène de décalage entre les faisceaux lumineux incident et réfléchi lors d'une réflexion totale. La profondeur de pénétration tout comme le décalage Goos-Hänchen sont de l'ordre de la longueur d'onde.

Une autre conséquence de la présence d'une onde évanescente dans le milieu 2 est le phénomène de réflexion totale frustrée. Si le milieu 2 n'est pas infini mais qu'une seconde interface le séparant du milieu 1 se trouve proche de la première siège d'un phénomène de réflexion totale, l'expérience montre qu'une partie de la lumière est alors transmise. C'est sur ce principe qu'est basé le coupleur à prisme.

Le couplage évanescent

L'utilisation d'un prisme d'indice élevé pour coupler un faisceau à un guide d'onde a été considérée théoriquement et expérimentalement dans les années 1960 [Tamir, 1979], notamment par Otto qui fit la première observation expérimentale directe de plasmons de surface [Otto, 1968]. Des études théoriques, notamment présentées par Ulrich [Ulrich, 1970], ont été résumées par Tamir [Tamir, 1979].

L'excitation par couplage évanescent se produit si l'on choisit l'angle d'incidence dans le prisme tel que la constante de propagation α de l'onde incidente soit proche de celle du mode guidé que l'on souhaite exciter. La figure 1.8 montre un faisceau d'ondes planes excitant un mode guidé d'un guide diélectrique. Mais le phénomène contraire se produit simultanément : si l'on a un mode guidé excité dans un guide situé à proximité d'un prisme, le champ évanescent du mode guidé redevient propagatif dans le prisme. On dit que le mode guidé fuit dans le prisme, c'est un mode à fuites. Cela est mis en évidence sur la figure 1.9 qui reprend la simulation précédente (Fig. 1.8) mais avec un prisme plus proche de la couche diélectrique (0.4λ au lieu de 1.6λ) dans laquelle le mode est excité. Le couplage entre le guide et le prisme est plus fort, permettant un transfert d'énergie plus important vers le guide, mais aussi une fuite plus importante du mode guidé vers des ondes propagatives dans le prisme. La figure 1.9 montre très bien la décroissance très rapide du mode guidé au fur et à mesure de sa propagation vers la droite.

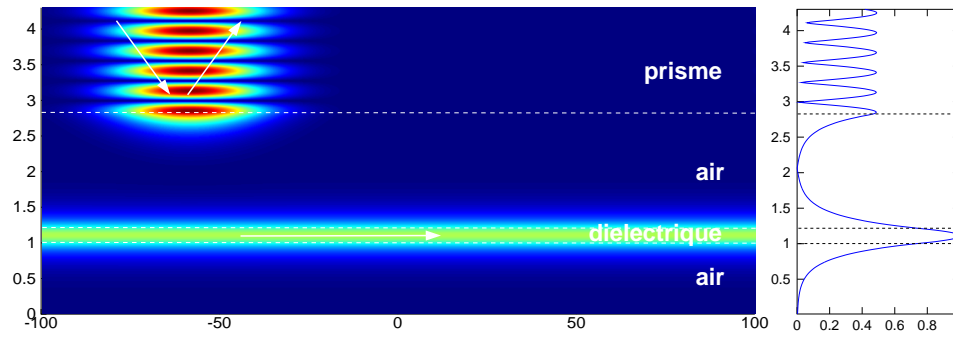


FIGURE 1.8 – Un faisceau d’ondes planes provenant d’un prisme d’indice élevé, subissant une réflexion totale à l’interface prisme/air, excite un mode guidé dans la couche diélectrique. La prisme est situé à une distance de 1.6λ de la couche guidante. Comme le faisceau simulé est périodique, la partie gauche du guide diélectrique est en fait excitée par le faisceau de la période précédente.

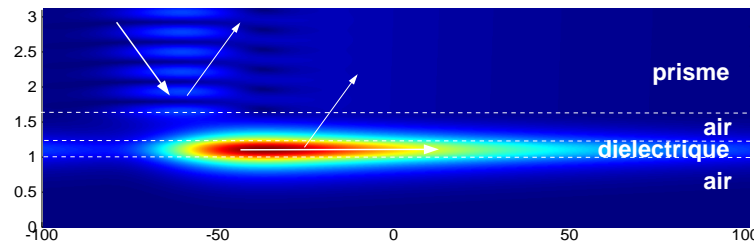


FIGURE 1.9 – Simulation identique à celle de la figure 1.8 mais le prisme est bien plus proche de la couche diélectrique (0.4λ au lieu de 1.6λ).

En pratique, si l’objectif est de injecter un maximum d’énergie dans le guide et de l’y retenir, la méthode la plus simple est de limiter l’extension du prisme dans la direction Ox , i.e. de le couper. Le mode guidé ne fuit alors que sur une zone limitée. Il est possible d’optimiser la largeur du faisceau incident et la taille du prisme afin de maximiser l’injection d’énergie dans le guide. Dans le cas d’un faisceau gaussien, on peut montrer qu’un maximum de 80% de l’énergie peut être transférée au guide [Ulrich, 1970, Tamir, 1979].

Un inconvénient du coupleur à prisme réside dans la nécessité qu’il soit constitué d’un milieu de fort indice optique. Ce dernier doit être d’autant plus élevé que le mode guidé à exciter possède une constante de propagation élevée, ce qui peut poser des limites pratiques (nous rencontrerons cette situation pour des modes exotiques d’une couche de métal, au chapitre 3). Un autre point critique est l’ajustement de la distance qui sépare le prisme du guide. Elle dépend du recouvrement entre les ondes évanescentes produites par le faisceau et le profil du mode guidé excité. Ce profil varie en fonction du type de mode, la distance est donc à ajuster en fonction de chaque situation.

1.4 Modes guidés

1.4.5 Couplage entre modes guidés

Le phénomène de couplage

Deux systèmes sont couplés s'ils peuvent échanger de l'énergie. Avant d'aborder le phénomène de couplage en électromagnétisme, intéressons nous au système mécanique, constitué par deux oscillateurs couplés, qui est couramment étudié. Nous en ferons ressortir des caractéristiques générales communes aux phénomènes de couplage rencontrés dans différents domaines de la physique.

Considérons deux points matériels de masses m chacun relié à une paroi fixe par un ressort de constante de raideur K . Ces masses peuvent se déplacer sans frottement le long d'un axe horizontal Ox . Ces deux systèmes à un degré de liberté constituent deux oscillateurs que l'on couple en les reliant par un ressort de raideur K' , comme indiqué sur la figure. Les positions des deux masses par rapport à leurs positions d'équilibre sont repérées par x_1 et x_2 .

En appliquant le principe fondamental de la dynamique à chacune des masses, on obtient les équations couplées

$$\partial_t^2 x_1 = -\frac{K + K'}{m}x_1 + \frac{K'}{m}x_2, \quad (1.77a)$$

$$\partial_t^2 x_2 = \frac{K'}{m}x_1 - \frac{K + K'}{m}x_2. \quad (1.77b)$$

Le couplage opéré par le ressort de constante K' lie les déplacements x_1 et x_2 qui ne sont plus indépendants. la résolution du système (1.77) nous montre que les solutions sont de la forme

$$x_1(t) = \frac{1}{2} [X_s \cos(\omega_s t + \phi_s) + X_a \cos(\omega_a t + \phi_a)], \quad (1.78a)$$

$$x_2(t) = \frac{1}{2} [X_s \cos(\omega_s t + \phi_s) - X_a \cos(\omega_a t + \phi_a)], \quad (1.78b)$$

avec $\omega_s = \sqrt{K/m}$ et $\omega_a = \sqrt{(K + 2K')/m}$. Les constantes X_a , X_s , ϕ_a et ϕ_s sont déterminées par les conditions initiales. les expressions (1.78) mettent en évidence que le système couplé est capable d'osciller aux deux pulsations propres ω_a et ω_s . La solution générale du système est une combinaison linéaire de ces deux modes propres, mais on peut distinguer deux cas particuliers. Dans le cas où $X_a = 0$, $x_1(t) = x_2(t)$ et le système oscille à la fréquence ω_s , suivant le mode propre dit symétrique. Dans le cas où $X_s = 0$, $x_1(t) = -x_2(t)$ et le système oscille à la fréquence ω_a , suivant l'autre mode propre qui est dit antisymétrique.

Nous pouvons noter que la différence entre les deux pulsations propres est d'autant plus grande que K' est grand, autrement dit que le couplage est fort. D'autre part, si le couplage est faible, les valeurs de ω_a et ω_s sont proches. Avec des conditions initiales correspondant à une des deux masses écartées de la position d'équilibre, sans vitesse initiale, c'est-à-dire un seul des deux oscillateurs excité, les expressions

(1.78) peuvent s'écrire

$$x_1(t) = X_0 \cos(\omega_0 t) \cos(\omega_b t), \quad (1.79a)$$

$$x_2(t) = X_0 \sin(\omega_0 t) \sin(\omega_b t), \quad (1.79b)$$

avec $\omega_0 = (\omega_s + \omega_a)/2$, et $\omega_b = (\omega_s - \omega_a)/2$. Si le couplage est faible, nous avons alors $\omega_0 \simeq \omega_a \simeq \omega_s$, et $\omega_b \ll \omega_0$, ce qui signifie que $x_1(t)$ et $x_2(t)$ correspondent à une réponse harmonique de pulsation ω_0 , modulée par une sinusoïde de pulsation ω_b . C'est le phénomène de battements.

Les caractéristiques du couplage à retenir sont (i) que le couplage est maximum lorsque les deux systèmes couplés ont une même fréquence propre, et (ii) que le couplage conduit à deux modes propres dont les fréquences sont d'autant plus éloignées que le couplage est fort.

Les guides d'onde couplés

Deux guides d'onde sont couplés s'il peuvent échanger de l'énergie. Cela est possible s'ils se trouvent perturbés par la présence d'un autre guide à proximité (couplage évanescent), d'une corrugation de l'une de ces interfaces (couplage par effet réseau), ou encore par des effets photo-élastiques ou électro-optiques [Yariv, 1973]. A l'aide d'outils mathématiques simples, la théorie des modes couplés (TMC) permet d'appréhender de façon intuitive ce problème. Tout d'abord proposée par Pierce [Pierce, 1954] en vue d'applications dans le domaine des micro-ondes, le formalisme des modes couplés a très vite été appliqué à l'optique pour analyser la propagation des ondes électromagnétiques et leur interactions avec les milieux [Yariv, 1973, Huang, 1994, Okamoto, 2006].

Nous présentons ici les principes et résultats essentiels de cette théorie dans le cadre du couplage co-directionnel, c'est-à-dire de deux modes propageant dans le même sens.

Soient deux modes guidés de deux guides isolés, de constantes de propagations α_a et α_b et d'amplitudes A et B :

$$a(x, z, t) = A f_a(z) e^{i(\omega t - \alpha_a x)}, \quad (1.80a)$$

$$b(x, z, t) = B f_b(z) e^{i(\omega t - \alpha_b x)}. \quad (1.80b)$$

Si de l'énergie peut être échangée entre les modes, ces amplitudes dépendent alors de x , et vérifient les équations [Yariv, 1973, Okamoto, 2006]

$$\frac{dA}{dx} = \kappa_{ab} B e^{-i\Delta z}, \quad (1.81a)$$

$$\frac{dB}{dx} = \kappa_{ba} A e^{i\Delta z}, \quad (1.81b)$$

avec $\Delta = 0$ si les modes ont la même constante de propagation α . La conservation de l'énergie totale impose [Okamoto, 2006]

$$\kappa_{ab} = -\kappa_{ba}^*. \quad (1.82)$$

1.4 Modes guidés

Les solutions des équations couplées (1.81) avec comme conditions initiales que seul le mode guidé a est excité en $x = 0$, i.e. $A(0) = 0$ et $B(0) = B_0$, peuvent s'écrire

$$A(x) = B_0 \frac{\kappa}{q} e^{-i\Delta x/2} \sin(qx), \quad (1.83a)$$

$$B(x) = B_0 e^{-i\Delta x/2} \left[\cos(qx) - i \frac{\Delta}{2q} \sin(qx) \right] \quad (1.83b)$$

où $q = \sqrt{4\kappa^2 + \Delta^2}/2$ et $\kappa = |\kappa_{ab}|$. L'énergie présente dans chaque guide est alors donnée par

$$E_a(x) = \frac{|A(x)|^2}{|B_0|^2} = S \sin^2(qx), \quad (1.84a)$$

$$E_b(x) = \frac{|B(x)|^2}{|B_0|^2} = 1 - S \sin^2(qx), \quad (1.84b)$$

avec $S = \kappa^2/q^2$. Ces expressions montrent que lorsque l'énergie E_a dans le guide a est maximale, l'énergie dans le guide b est minimale, et inversement. Cela traduit le phénomène de battements, analogues des battements mécaniques vus précédemment, mais ici c'est la variable d'espace x qui est mise en jeu. L'énergie se propage dans les guides en passant de l'un à l'autre avec une période égale à $2\pi/q$.

On peut aussi constater que le couplage sera parfait, c'est-à-dire que le transfert d'énergie sera total d'un guide à l'autre, si $S = 1$, autrement dit si $\Delta = 0$. Cela correspond à la situation de deux modes guidés possédant la même constante de propagation α . Les deux guides sont dits accordés. Les expressions de E_a et E_b passent alors par la valeur 0, avec une période spatiale égale à $2\pi/\kappa$. Cette période est donc d'autant plus grande que le coefficient de couplage κ est faible, i.e. que les guides sont faiblement couplés.

Pour retrouver le point de vue précédent, adopté dans l'exemple mécanique, il est possible de décrire le couplage comme l'apparition de deux nouveaux modes propres, l'un symétrique et l'autre anti-symétrique. Leurs constantes de propagation respectives α_s et α_a s'éloignent d'autant plus de α , la constante de propagation de chaque mode guidé découplé, que les guides sont fortement couplés. Ici les modes guidés se couplent par l'intermédiaire des ondes évanescentes existantes entre les deux guides. Le couplage est d'autant plus fort qu'il sont proches l'un de l'autre.

La figure 1.10 montre deux guides identiques couplés. Le guide supérieur est excité par un faisceau grâce à un prisme. Le phénomène de battements est clairement visible.

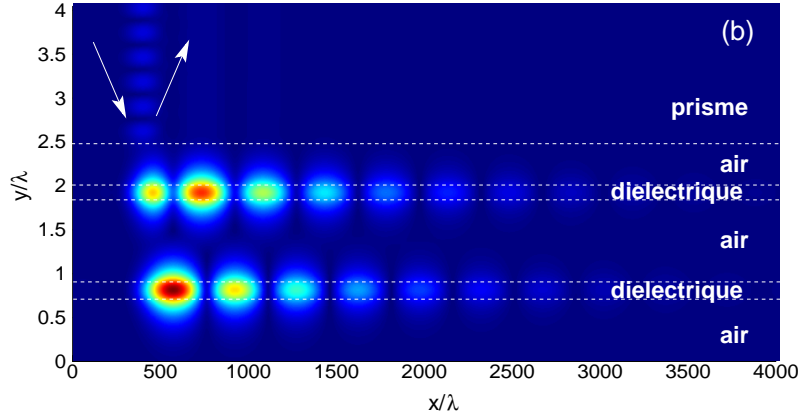


FIGURE 1.10 – Deux guides identiques à celui de la figure 1.9 sont séparés par une distance $h = 0.8\lambda$ et excités par un faisceau.

1.5 Phénomènes non spéculaires

Lorsqu'un faisceau se réfléchit sur une structure multi-couche pourtant parfaitement plane, il subit parfois une déformation. Cette déformation est un comportement dit non spéculaire, par opposition à la réflexion spéculaire qui se produit sur une simple interface en conditions de réflexion totale ou bien sur interface métallique. L'étude du phénomène de réflexion non spéculaire a été abordée dès le dix-neuvième siècle d'un point de vue théorique, puis Goos et Hänchen ont produit les premiers résultats expérimentaux [Goos and Haenchen, 1947]. Une formule donnant le décalage du faisceau fut aussitôt proposée par Artmann [Artmann, 1948].

Le profil d'un faisceau réfléchi sur une structure contient beaucoup d'information sur les phénomènes se déroulant dans cette structure, qu'il s'agisse de résonances ou pas. Le décalage et l'élargissement sont deux quantités clefs parmi les nombreux paramètres permettant de décrire la modification d'un faisceau lors d'une réflexion [Nasalski, 1996]. Nous allons voir que ces quantités tendent vers une valeur limite lorsque le faisceau incident s'élargit, i.e. lorsque le spectre angulaire du faisceau se rétrécit. C'est ce que nous appelons la limite asymptotique.

1.5.1 Le décalage asymptotique

Démonstration de la formule d'Artmann

Si le faisceau incident est suffisamment large, la valeur du décalage est donnée par la formule d'Artmann. Nous allons présenter une nouvelle démonstration de ce résultat, généralisée au cas où le module

1.5 Phénomènes non spéculaires

ρ du coefficient de réflexion est différent de 1.

Considérons un faisceau incident sur une structure multi-couches dont la surface, selon l'axe Ox , est normale à l'axe Oy . Les champs électriques incident et réfléchi E_i et E_r peuvent s'écrire

$$E_i(x, z, \omega) = \int \tilde{E}_i(\alpha) e^{i(\alpha x - \gamma z - \omega t)} d\alpha, \quad (1.85)$$

et

$$E_r(x, z, \omega) = \int \tilde{E}_r(\alpha) e^{i(\alpha x + \gamma z - \omega t)} d\alpha, \quad (1.86)$$

où \tilde{E}_i and \tilde{E}_r sont les amplitudes spectrales, $\gamma = \sqrt{\varepsilon \mu k_0^2 - \alpha^2}$, k_0 étant le vecteur d'onde dans le vide et ε (resp. μ) la permittivité (resp. perméabilité) du milieu extérieur. Par définition, le coefficient de réflexion r de la structure s'exprime comme

$$r = \rho e^{i\phi} = \frac{\tilde{E}_r}{\tilde{E}_i}, \quad (1.87)$$

où $\rho = \rho(\alpha)$ est le module, et $\phi = \phi(\alpha)$ la phase de r .

Le décalage latéral du faisceau, noté Δ , est quant à lui défini par la distance séparant les centres des faisceaux incident et réfléchi. Il est donné par l'expression

$$\Delta = \frac{\int x |E_r|^2 dx}{\int |E_r|^2 dx} - \frac{\int x |E_i|^2 dx}{\int |E_i|^2 dx}, \quad (1.88)$$

dans laquelle l'écriture de l'intégrale $\int x |E_r|^2 dx$ peut être modifiée en appliquant le théorème de Parseval-Plancherel :

$$\int x |E_r|^2 dx = i \int \frac{\partial \tilde{E}_r}{\partial \alpha} \tilde{E}_r^* d\alpha. \quad (1.89)$$

De plus, en introduisant le coefficient de réflexion r nous obtenons

$$\int x |E_r|^2 dx = i \int \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\rho e^{i\phi} \tilde{E}_i \right) \rho e^{-i\phi} \tilde{E}_i^* d\alpha \quad (1.90)$$

$$= i \int (\rho \rho' + i \rho^2 \phi') |\tilde{E}_i|^2 d\alpha + i \int \rho^2 \frac{\partial \tilde{E}_i}{\partial \alpha} \tilde{E}_i^* d\alpha. \quad (1.91)$$

Dans le cas d'un faisceau incident gaussien, le champ incident est décrit par un spectre de la forme

$$\tilde{E}_i(\alpha) = \frac{w}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{w^2}{4}(\alpha - \alpha_0)^2} e^{-i\alpha x_0}, \quad (1.92)$$

où x_0 est la position du centre du faisceau, donné par $\frac{\int x |E_i|^2 dx}{\int |E_i|^2 dx}$, et $\alpha_0 = \sqrt{\varepsilon \mu} k_0 \sin \theta_0$, θ_0 étant l'angle d'incidence. Nous remarquons que

$$\frac{\partial \tilde{E}_i}{\partial \alpha} \tilde{E}_i^* = -i x_0 |\tilde{E}_i|^2 - \frac{1}{2} \frac{\partial |\tilde{E}_i|^2}{\partial \alpha}. \quad (1.93)$$

Ainsi, après une intégration par partie, (1.91) devient

$$\int x |E_r|^2 dx = - \int \rho^2 \phi' |\tilde{E}_i|^2 d\alpha + x_0 \int \rho^2 |\tilde{E}_i|^2. \quad (1.94)$$

Finalement, le décalage latéral du faisceau est donné par

$$\Delta = - \frac{\int \rho^2 \phi' |\tilde{E}_i|^2 d\alpha}{\int \rho^2 |\tilde{E}_i|^2 d\alpha}. \quad (1.95)$$

Notons bien que nous n'avons encore émis aucune hypothèse sur la largeur du faisceau, l'expression (1.95) décrit donc le décalage de n'importe quel faisceau gaussien. Par contre, la formule d'Artmann est valable lorsque la largeur du faisceau incident tend vers l'infini, c'est-à-dire ici lorsque $w \rightarrow +\infty$. Du point de vu spectral, cela correspond à $\tilde{E}_i(\alpha)$ tendant vers la distribution de Dirac, le passage à la limite donnant ainsi un résultat indépendant de la forme du faisceau initial. La limite de (1.95) permet de retrouver la formule d'Artmann

$$\lim_{w \rightarrow \infty} \Delta = -\phi'. \quad (1.96)$$

En pratique, cette formule asymptotique est valide si le faisceau, quelle que soit sa forme, est suffisamment large pour que $\phi(\alpha)$ puisse être considéré comme linéaire sur l'étendue spectrale du faisceau. Dans certaines conditions ce régime est très difficile à atteindre, en particulier lorsque le décalage est lié à la présence d'un zéro du coefficient de dispersion [Wang et al., 2009]. En général, le décalage réel est plus faible que celui prédit par la formule d'Artmann [Wang et al., 2009].

Applications et limites : le couplage directionnel

Intéressons-nous à l'excitation par couplage évanescents de deux guides d'onde couplés. La figure 1.11 montre l'évolution du décalage à la réflexion en fonction de la largeur du faisceau dans trois situations : (i) lorsqu'un mode guidé est excité dans un guide isolé, (ii) lorsque, en conservant la même incidence, un second guide est placé sous le premier et se couple, et (iii) lorsque les deux guides sont excités avec une incidence très légèrement différente, correspondant au mode couplé symétrique. Dans tous les cas, le décalage tend vers une valeur asymptotique, prédite par la formule d'Artmann (1.96). Cette figure suggère toutefois quelques remarques.

Tout d'abord, nous remarquons que lorsqu'un mode à fuite est excité, le décalage peut mettre plus ou moins de temps pour atteindre le régime asymptotique. Pour le guide seul (cas (i)), ce dernier est atteint pour une largeur de faisceau de l'ordre de 600λ , alors que pour le mode symétrique (cas(ii)) des guides couplés il faudra attendre une largeur supérieure à 1500λ . Ensuite, en se penchant sur la situation (ii), concernant aussi les deux guides couplés, il est surprenant de constater que le décalage, pour des faisceaux très étroits, est bien supérieur à celui des autres situations, ainsi qu'à sa propre valeur asymptotique. Dans cette configuration peu commune, la formule d'Artmann se révèle trompeuse puisque ce phénomène a lieu pour des faisceaux étroits, en dehors du régime asymptotique.

1.5 Phénomènes non spéculaires

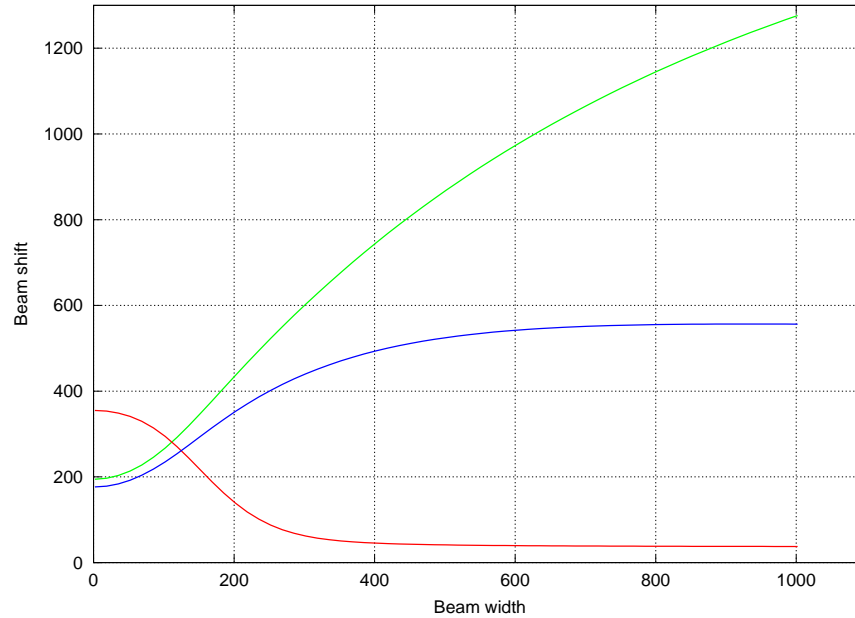


FIGURE 1.11 – Décalage latéral Δ en fonction de la largeur du faisceau incident (quatre fois le waist). (i) courbe bleue : décalage latéral associé à l'excitation d'un mode guidé pour un seul guide, (ii) courbe verte : deux guides couplés avec un angle d'incidence de 33.85° , et (iii) courbe rouge : deux guides couplés, avec un angle d'incidence de 33.9° .

Une explication physique peut être donnée à l'aide de la figure 1.12, qui présente l'excitation des deux guides couplés, par un faisceau étroit, dans la situation (ii). Nous pouvons observer le phénomène de battement qui apparaît lorsque deux résonances de fréquences très proches sont excitées. Ici, il s'agit des modes symétriques et antisymétriques dont les fréquences ne sont pas éloignées car les guides ne sont que faiblement couplés. La simulation montre clairement l'énergie qui oscille entre les deux guides d'onde. Au fur et à mesure de sa propagation selon l'axe horizontal dans les guides, l'énergie fuit dans le prisme mais tant qu'elle se situe dans le second guide, elle ne "voit" pas le prisme et ne peut pas y fuir. Ceci explique que le décalage est alors plus important que lorsqu'un seul guide est excité. Par contre, si l'on augmente la largeur du faisceau, plus aucun mode guidé n'est excité et le décalage retrouve une valeur très faible.

Le profil du faisceau réfléchi (Fig. 1.13) montre une décroissance exponentielle, due aux fuites dans le prisme, plus rapide dans le cas du guide seul que dans celui des guides couplés. Dans cette dernière situation, le profil très particulier ne peut être décrit par l'approche de Tamir, qui ne suppose la présence que d'un seul pôle [Tamir and Bertoni, 1971].

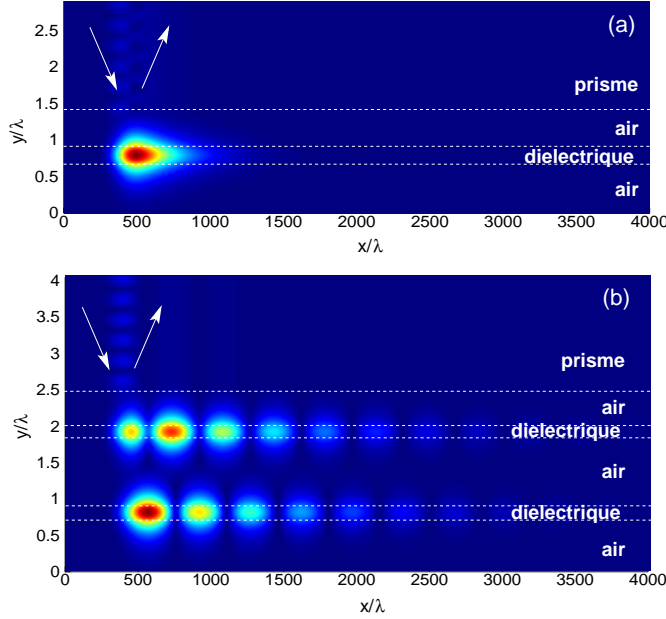


FIGURE 1.12 – Le faisceau incident (waist : 100λ , incidence : 36.9°) se propageant dans un prisme ($\varepsilon = 5$) excite (a) un guide diélectrique, et (b) deux guides identiques couplés.

Couplage contra-directionnel

Dans le chapitre 3, portant sur les boucles de lumières, nous rencontrerons le phénomène de couplage contra-directionnel entre deux modes guidés. Une analyse asymptotique ne permet pas de montrer l'existence de ce phénomène [Krayzel et al., 2010] qui constitue une illustration supplémentaire de l'utilité des outils numériques adaptés. De plus, nous serons amenés à étudier le comportement d'un faisceau lorsqu'il excite les modes couplés. Pour décrire les faisceaux réfléchis et transmis, nous devons donc faire appel à d'autres outils analytiques [Pollès et al., 2010b].

1.5.2 Élargissement de faisceau

Démonstration de la formule asymptotique

En utilisant les mêmes outils que précédemment, il est possible d'obtenir une formule donnant l'élargissement du faisceau à la réflexion, tout d'abord dans le cas général puis dans le régime asymptotique.

Considérons un faisceau incident centré en $x = 0$, i.e. pour lequel $\int x|E_i|^2 dx = 0$. La position du faisceau réfléchi est donc Δ , donné par (1.88). La largeur d'un faisceau est définie par son moment centré d'ordre deux, et l'élargissement du faisceau $\Delta^{(2)}$ est donné par la différence des largeurs des faisceaux

1.5 Phénomènes non spéculaires

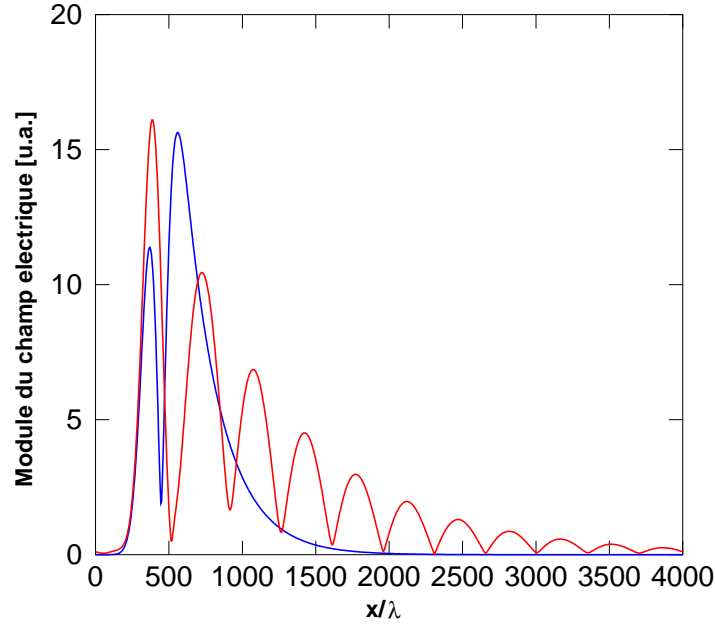


FIGURE 1.13 – Profil du faisceau réfléchi dans le cas du guide seul (courbe bleue) et des deux guides couplés de la figure 1.12 (courbe rouge).

réfléchi et incident :

$$\Delta^{(2)} = \frac{\int (x - \Delta)^2 |E_r|^2 dx}{\int |E_r|^2 dx} - \frac{\int x^2 |E_i|^2 dx}{\int |E_i|^2 dx}. \quad (1.97)$$

L'équation (1.97) peut se développer comme ceci :

$$\Delta^{(2)} = \frac{\int x^2 |E_r|^2 dx}{\int |E_r|^2 dx} - \Delta^2 \frac{\int |E_r|^2 dx}{\int |E_r|^2 dx} - \frac{\int x^2 |E_i|^2 dx}{\int |E_i|^2 dx}. \quad (1.98)$$

Le théorème de Parseval-Plancherel nous permet d'écrire

$$\int x^2 |E_r|^2 dx = - \int \frac{\partial^2 \tilde{E}_r}{\partial \alpha^2} \tilde{E}_r^* d\alpha, \quad (1.99)$$

et, en y insérant l'expression (1.87), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \int x^2 |E_r|^2 dx = & - \int \left(\rho \rho'' + 2i\rho \rho' \phi' + i\rho^2 \phi'' - \rho^2 \phi'^2 \right) |\tilde{E}_i|^2 d\alpha \\ & - \int (\rho \rho' + i\rho^2 \phi') \frac{\partial |\tilde{E}_i|^2}{\partial \alpha} d\alpha - \int \rho^2 \tilde{E}_i^* \frac{\partial^2 \tilde{E}_i}{\partial \alpha^2} d\alpha. \end{aligned} \quad (1.100)$$

Plusieurs intégrations par parties nous conduisent à

$$\int x^2 |E_r|^2 dx = \int (\rho^2 \phi'^2 - \rho \rho'') |\tilde{E}_i|^2 d\alpha + \int \rho^2 \left(\frac{\partial \tilde{E}_i}{\partial \alpha} \right)^2 d\alpha. \quad (1.101)$$

D'autre part l'égalité

$$\int x^2 |E_i|^2 dx = - \int \frac{\partial^2 \tilde{E}_i}{\partial \alpha^2} \tilde{E}_i^* d\alpha \quad (1.102)$$

peut être écrite

$$\int x^2 |E_i|^2 dx = - \int \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 (|\tilde{E}_i|^2)}{\partial \alpha^2} - \left(\frac{\partial \tilde{E}_i}{\partial \alpha} \right)^2 \right) d\alpha. \quad (1.103)$$

Finalement, nous obtenons

$$\begin{aligned} \Delta^{(2)} = \frac{\int (\rho^2 \phi'^2 - \rho \rho'') |\tilde{E}_i|^2 d\alpha}{\int \rho^2 |\tilde{E}_i|^2 d\alpha} + \frac{\int \rho^2 \left(\frac{\partial \tilde{E}_i}{\partial \alpha} \right)^2 d\alpha}{\int \rho^2 |\tilde{E}_i|^2 d\alpha} \\ + \frac{\int \frac{\partial^2 (|\tilde{E}_i|^2)}{\partial \alpha^2}}{\int |\tilde{E}_i|^2 d\alpha} - \frac{\int \left(\frac{\partial \tilde{E}_i}{\partial \alpha} \right)^2 d\alpha}{\int |\tilde{E}_i|^2 d\alpha} - \Delta^2 \frac{\int |E_r|^2 dx}{\int |E_r|^2 dx}. \end{aligned} \quad (1.104)$$

Maintenant, particularisons au cas d'un faisceau gaussien et centré. L'équation (1.92), avec $x_0 = 0$, nous donne

$$\left(\frac{\partial \tilde{E}_i}{\partial \alpha} \right)^2 = \frac{w^4}{4} (\alpha - \alpha_0)^2 \tilde{E}_i^2, \quad (1.105)$$

et

$$\frac{\partial (\tilde{E}_i^2)}{\partial \alpha} = -w(\alpha - \alpha_0) \tilde{E}_i^2. \quad (1.106)$$

Cela nous permet de développer l'intégrale suivante

$$\int \rho^2 \left(\frac{\partial \tilde{E}_i}{\partial \alpha} \right)^2 d\alpha = - \int \rho^2 \frac{w^2}{4} (\alpha - \alpha_0)^2 \frac{\partial (\tilde{E}_i^2)}{\partial \alpha} d\alpha. \quad (1.107)$$

Après deux intégrations par parties, nous avons

$$\int \rho^2 \left(\frac{\partial \tilde{E}_i}{\partial \alpha} \right)^2 d\alpha = \int \rho^2 \frac{w^2}{4} \tilde{E}_i^2 d\alpha + \frac{1}{2} \int (\rho \rho'' + \rho'^2) \tilde{E}_i^2 d\alpha. \quad (1.108)$$

D'autre part, nous obtenons de façon similaire

$$\int \left(\frac{\partial \tilde{E}_i}{\partial \alpha} \right)^2 d\alpha = \int \frac{w^2}{4} \tilde{E}_i^2 d\alpha. \quad (1.109)$$

Enfin, puisque pour un faisceau gaussien $\int \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (\tilde{E}_i^2)}{\partial \alpha^2} d\alpha = 0$, alors (1.104) devient

$$\begin{aligned} \Delta^{(2)} = \frac{\int \rho^2 \phi'^2 |\tilde{E}_i|^2 d\alpha}{\int \rho^2 |\tilde{E}_i|^2 d\alpha} + \frac{\int \frac{1}{2} (\rho'^2 - \rho \rho'') |\tilde{E}_i|^2 d\alpha}{\int \rho^2 |\tilde{E}_i|^2 d\alpha} + \frac{\int \rho^2 \frac{w^2}{4} \tilde{E}_i^2 d\alpha}{\int \rho^2 |\tilde{E}_i|^2 d\alpha} \\ - \frac{\int \frac{w^2}{4} \tilde{E}_i^2 d\alpha}{\int |\tilde{E}_i|^2 d\alpha} - \Delta^2 \frac{\int |E_r|^2 dx}{\int |E_r|^2 dx}. \end{aligned} \quad (1.110)$$

1.5 Phénomènes non spéculaires

Pour finir, si nous nous plaçons dans le régime asymptotique, Δ tend vers $-\phi'$ et l'élargissement asymptotique est donné par la limite

$$\lim_{w \rightarrow \infty} \Delta^{(2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho'^2}{\rho^2} - \frac{\rho''}{\rho} \right). \quad (1.111)$$

Par conséquent, le domaine de validité de la formule asymptotique donnant l'élargissement sera forcément inclus dans celui de la formule d'Artmann. Ainsi, si le régime asymptotique concernant le décalage n'est atteint que pour de très larges faisceaux, il en sera de même pour le régime asymptotique de l'élargissement.

À nouveau lors de cette démonstration, le passage à la limite n'est fait qu'à la toute fin, ce qui nous permet d'obtenir d'abord une formule rigoureuse (1.110). Le résultat final (1.111) se trouve dans les travaux de Tamir [Tamir, 1986], mais pas de façon explicite. Cela explique peut-être pourquoi si le moment d'ordre deux est utilisé pour calculer l'élargissement d'un faisceau [Shadrivov et al., 2005b, Wang and Zhu, 2006], l'expression asymptotique n'est jamais utilisée. D'autre part, dans la démonstration proposée par Tamir, la limite des faisceaux larges, équivalente à une approximation paraxiale, se fait dès le début et aucune formule générale n'apparaît.

Applications et limites

Nous avons déjà discuté de l'existence de phénomènes physiques hors du régime asymptotique, montrant que la formule d'Artmann pouvait être trompeuse. En ce qui concerne l'élargissement d'un faisceau à la réflexion, les mêmes conclusions s'appliquent : l'analyse asymptotique doit être utilisée avec précautions. Mais nous allons voir que la formule de l'élargissement asymptotique peut aussi prédire des comportements peu intuitifs.

Si le module ρ du coefficient de réflexion est égal à 1

Dans ce cas, la formule asymptotique (1.111) nous enseigne que l'élargissement est nul. Pourtant, si l'on prend la situation décrite dans [Tamir and Bertoni, 1971] où un mode à fuite est excité, le faisceau réfléchi est décrit analytiquement et l'on peut penser qu'il sera a priori toujours élargi.

Prenons l'exemple d'un guide d'onde dans lequel un mode à fuite est excité par couplage évanescent. Le module du coefficient de réflexion est constant, égal à 1. La figure 1.14, représentant le décalage du faisceau en fonction de sa largeur, montre que le décalage asymptotique est atteint pour un faisceau incident d'environ 4000λ et sa valeur correspond bien à celle prévue par la formule d'Artmann. La figure 1.15 montre l'évolution de l'élargissement du faisceau. Nous constatons que la limite asymptotique est nulle, comme le prédit le résultat (1.111). Si nous reprenons la formule rigoureuse donnant l'élargisse-

ment avec $\rho \equiv 1$, seuls les premier et dernier termes sont non nuls et nous obtenons

$$\Delta^{(2)} = \frac{\int \phi'^2 |\tilde{E}_i|^2 d\alpha}{\int |\tilde{E}_i|^2 d\alpha} - \Delta^2. \quad (1.112)$$

Cela signifie que le régime asymptotique est atteint aussi rapidement pour le décalage que pour l'élargissement.

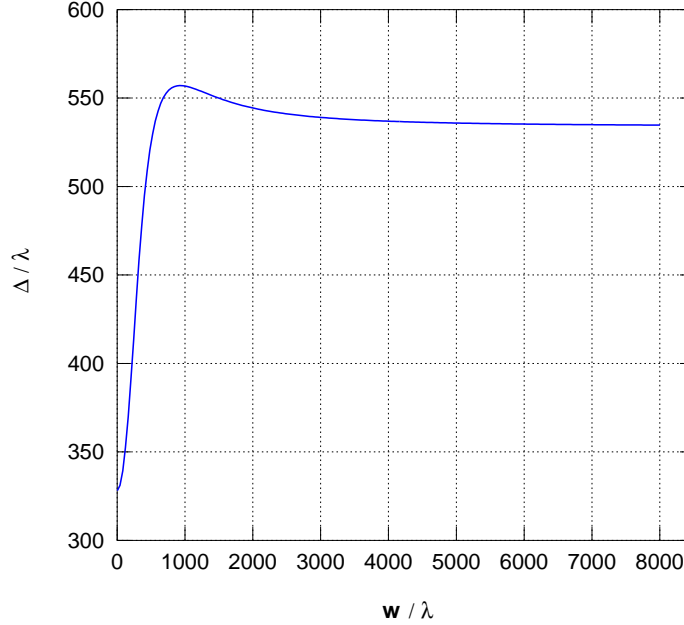


FIGURE 1.14 – Décalage du faisceau à la réflexion lorsqu'un mode à fuite est excité et $\rho = 1$, en fonction de la largeur du faisceau incident.

Si le module ρ du coefficient de réflexion est inférieur à 1

L'exemple que nous considérons maintenant est le même guide d'onde que précédemment mais au-dessous duquel nous approchons un milieu d'indice élevé. Ainsi le mode guidé pourra fuir dans ce milieu et le coefficient de réflexion sera inférieur à un. La figure 1.16 montre l'évolution du module du coefficient de réflexion autour de l'excitation du mode à fuite. Autour de 33.91° , angle correspondant à l'excitation du mode guidé, le module coefficient de réflexion diminue fortement pour atteindre une valeur minimale de 0.6. Nous avons aussi représenté les variations de ses dérivées ρ' et ρ'' qui interviennent aussi dans l'expression de $\Delta^{(2)}$. La dérivée seconde varie très rapidement autour de l'angle 33.91° pour lequel elle prend sa valeur maximale.

Intéressons nous à l'élargissement d'un faisceau à la réflexion sur cette structure. Pour un angle d'incidence de 33.91° , correspondant exactement à l'excitation du mode, l'évolution de l'élargissement

1.5 Phénomènes non spéculaires

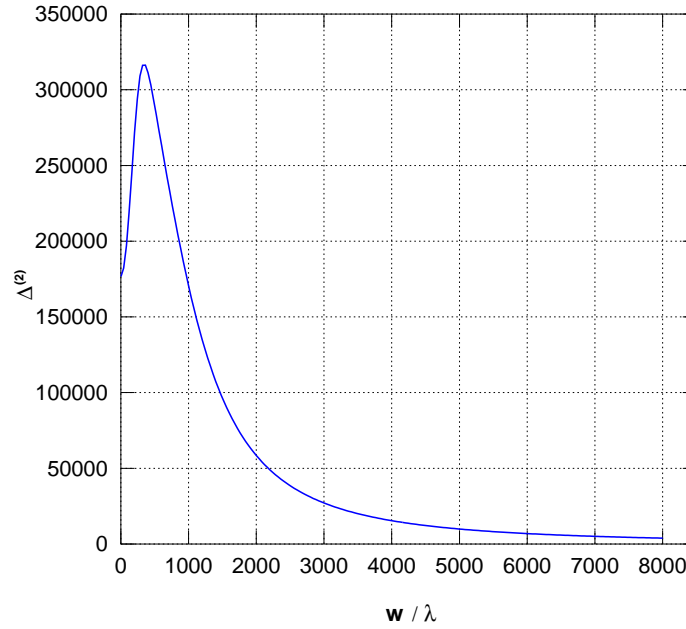


FIGURE 1.15 – Élargissement du faisceau à la réflexion lorsqu'un mode à fuite est excité et $\rho = 1$. La limite asymptotique est nulle.

est représenté sur la figure 1.18. Si pour de faibles largeurs du faisceau incident l'élargissement est positif, celui-ci diminue et devient négatif quand le faisceau s'élargit. La valeur asymptotique est négative. Cela signifie que le faisceau réfléchi est plus étroit que le faisceau incident.

Par contre, si l'on modifie légèrement l'angle d'incidence pour 33.90° , la valeur asymptotique de l'élargissement devient positive, le faisceau est élargi. Sur la figure 1.18, les deux courbes sont confondues pour les faibles largeur du faisceau incident. En effet, lorsque le faisceau est fin spatialement, il possède un large spectre qui couvre entièrement l'étendue spectrale du mode guidé excité. Par contre, lorsque le faisceau s'élargit spatialement, et donc se rétrécit spectralement, le mode guidé à fuite n'est excité que sur une partie de son étendue spectrale, et cette partie n'est pas la même dans le cas de deux faisceaux avec deux angles d'incidence différents.

Nous pouvons également interpréter cette brusque variation d'élargissement asymptotique en analysant l'expression (1.111). En effet, autour de l'angle d'excitation du mode guidé, les dérivées ρ' et ρ'' varient très rapidement. Ainsi, quand on passe de 33.91° à 33.90° , ρ'' passe de sa valeur maximale à sa valeur minimale, avec pour conséquence une grande variation de Δ^2 .

Toutefois, ce n'est sans doute pas ce comportement asymptotique qui est le plus facile à détecter, l'élargissement étant alors petit devant la largeur du faisceau. Il en était de même pour le décalage asymptotique, et la courbe rouge de la figure 1.11 est un cas intéressant puisque le rapport entre le décalage et

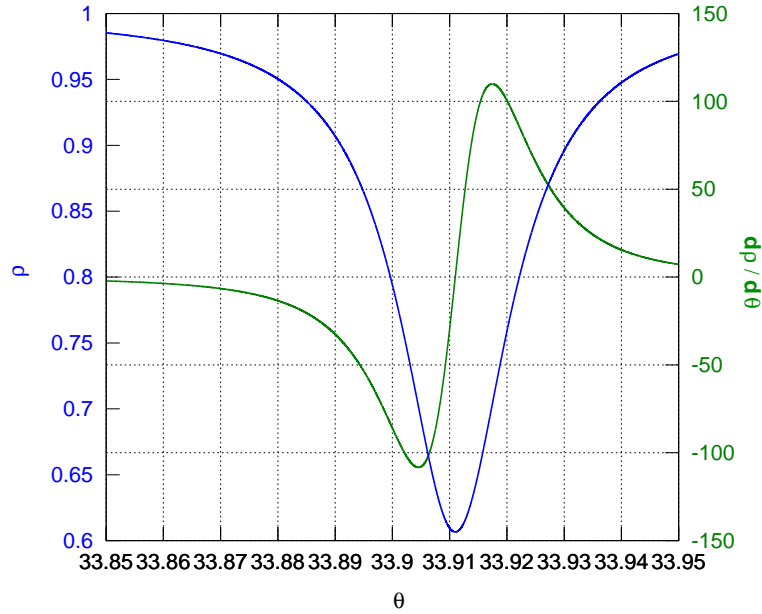


FIGURE 1.16 – *Module du coefficient de réflexion et sa dérivée.*

la largeur du faisceau est particulièrement élevé, facilitant les mesures.

1.6 Conclusion

Nous avons introduit dans ce chapitre les principaux outils numériques et théoriques exploités dans la suite de ce manuscrit. Tout d'abord, en abordant la simulation de la propagation des ondes électromagnétiques dans des structures multi-couches, nous avons discuté des différentes méthodes numériques possibles pour établir un code stable. Ensuite, dans une partie dédiée à la présentation de résultats principaux sur les modes guidés, nous avons traité le phénomène de couplage mis en jeu lorsqu'un mode est excité par un faisceau, ou bien lorsque deux guides d'onde sont en interaction. Cette notion sera capitale dans l'étude des boucles de lumières au chapitre 3. Enfin, dans la partie sur le comportement non spéculaire d'un faisceau lors de sa réflexion sur une structure multi-couches, nous avons défini le domaine d'application de l'analyse asymptotique, en proposant de nouvelles démonstrations des formules donnant le décalage (formule d'Artmann) et de l'élargissement du faisceau. Grâce à l'étude d'exemples précis, nous avons montré qu'il fallait utiliser l'analyse asymptotique de manière prudente.

Ce chapitre nous a permis de poser les bases des travaux que nous allons présenter dans ce manuscrit mais il manque encore un ingrédient faisant l'objet du chapitre suivant : les milieux main-gauche.

1.6 Conclusion

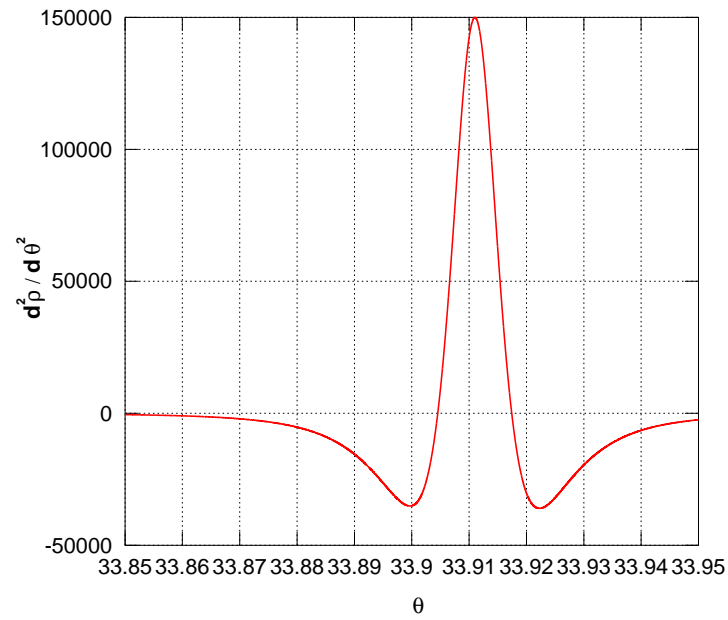


FIGURE 1.17 – Dérivée seconde du module du coefficient de réflexion.

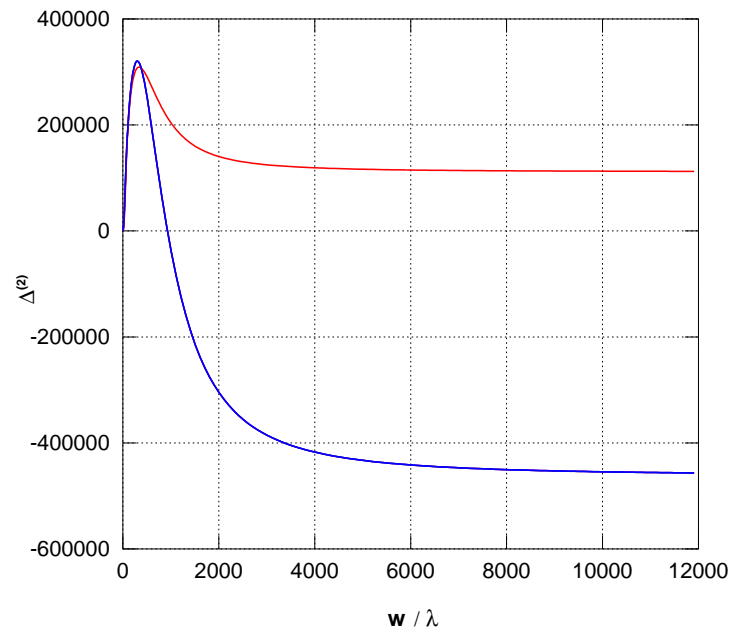


FIGURE 1.18 – Élargissement du faisceau à la réflexion lorsqu'un mode à fuite est excité, pour un angle d'incidence de 33.91° (courbe bleue) et de 33.90° (courbe rouge).

Chapitre 2

Milieux main-gauche

Sommaire

2.1	Généralités	48
2.1.1	Milieux doublement négatifs	48
2.1.2	Propagation dans un milieu main-gauche	48
2.1.3	Un indice négatif	49
2.2	Mode guidé à la surface d'un milieu main-gauche	51
2.2.1	Domaines d'existence	51
2.2.2	Sens de propagation	52
2.3	Modes guidés d'une couche de milieu main-gauche	53
2.4	Conclusion	55

Entre l'échelle atomique et celle de la longueur d'onde, il existe une dimension intermédiaire à laquelle la matière peut être structurée, tout en restant équivalente à un milieu homogène pour la lumière. Les propriétés optiques de ces matériaux ainsi artificiellement structurés peuvent être modélées pour simuler des milieux dont les valeurs de permittivité et de perméabilité n'existent pas dans la nature. Ces métamatériaux ont notamment ouvert la voie pour la création de milieux à indice négatif, offrant de nouvelles perspectives pour manipuler la lumière.

Le but de ce chapitre est de décrire sommairement quelques aspects de la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu d'indice négatif, puis d'en détailler quelques conséquences. Nous reprenons en particulier les résultats sur les modes guidés rappelés au chapitre précédent pour les revisiter en présence de milieux main-gauche. Ceci doit nous donner une idée du bouleversement produit par l'introduction de ces milieux dans la physique des structures multi-couches.

2.1 Généralités

2.1.1 Milieux doublement négatifs

L'indice optique n d'un milieu apparaît dans les équations de propagation d'une onde électromagnétique au travers de son carré n^2 . Ainsi, l'équation de Helmholtz (1.4) peut s'écrire

$$\Delta u + n^2 k_0^2 u = 0. \quad (2.1)$$

L'indice est donc défini par

$$n^2 = \varepsilon \mu, \quad (2.2)$$

où ε et μ sont la permittivité et la perméabilité relatives du milieu.

Dans le domaine de l'optique, les matériaux usuels n'ont pas de propriétés magnétiques, c'est-à-dire que leur perméabilité μ est proche de 1. Pour beaucoup de matériaux, (transparents, métaux) on peut considérer en première approximation que la permittivité ε est réelle. Si elle est positive, la lumière peut s'y propager. L'indice optique $n = \sqrt{\varepsilon \mu}$ est réel. Par contre, si la permittivité est négative, l'indice est imaginaire pur et la lumière n'existe que sous forme d'ondes évanescentes. C'est le cas des métaux par exemple.

Dans la nature, on ne connaît pas de milieu dit doublement négatif, dont la permittivité et la perméabilité sont simultanément négatives. Pourtant, dans un tel milieu l'indice optique n redevient réel et des ondes sont susceptibles de s'y propager. C'est Veselago qui envisagea le premier cette possibilité, en 1968, dans un article passé alors inaperçu [Veselago, 1968]. Ses travaux ont pris un tout nouvel intérêt trente ans plus tard, quand on a montré qu'il était possible de réaliser de tel milieux artificiellement, grâce aux métamatériaux [Smith et al., 2000]. Ces métamatériaux sont des structures périodiques dont la période est très petite devant la longueur d'onde et sont dotés de propriétés que l'on ne connaît pas dans la nature [Sihvola, 2007]. Un réseau de fils métalliques peut présenter une permittivité négative [Pendry et al., 1998, Pendry et al., 1996], et un arrangement périodique d'anneaux métalliques coupés possède une perméabilité négative [Pendry et al., 1999]. Ces comportements sont dus à des résonances électriques et magnétiques, elles se limitent donc à une étroite gamme de fréquence. Mais si on les combine, ces résonances confèrent au métamatériau une permittivité et une perméabilité effectives simultanément négatives. C'est ce qui a été réalisé pour la première fois dans le domaine des micro-ondes [Smith et al., 2000].

2.1.2 Propagation dans un milieu main-gauche

Pour une onde plane monochromatique, les champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{H} sont liés par

$$\vec{k} \cdot \vec{E} = \omega \mu \vec{H} \quad (2.3)$$

2.1 Généralités

et

$$\vec{k} \cdot \vec{H} = -\omega \varepsilon \vec{E}, \quad (2.4)$$

conséquence directe des équations de Maxwell. Ainsi, dans les milieux conventionnels pour lesquels $\varepsilon > 0$ et $\mu > 0$, $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{k})$ forme un trièdre direct, et le vecteur de Poynting défini par $\vec{P} = \vec{E} \wedge \vec{H}$ a même direction et sens que le vecteur d'onde \vec{k} . Par contre, dans un milieu d'indice négatif, avec $\varepsilon < 0$ et $\mu < 0$, $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{k})$ forme un trièdre indirect et les vecteurs \vec{P} et \vec{k} sont de sens contraires, comme illustré sur la figure 2.1. Le trièdre indirect est formé en utilisant la main gauche, c'est pour cette raison que les milieux doublement négatifs sont aussi appelés milieux main-gauche (MMG), ou milieux gauchers. Par opposition, les milieux d'indice positif sont dits main-droite ou droitiers. L'onde plane se propageant dans un milieu main-gauche est dite contra-propagative car son vecteur d'onde et son vecteur de Poynting sont de sens opposés.

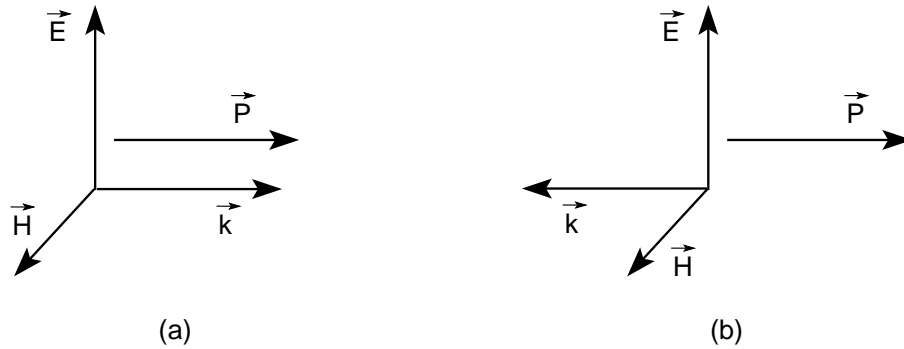


FIGURE 2.1 – Structure de l'onde plane monochromatique. (a) Dans un milieu main-droite. (b) Dans un milieu main-gauche.

2.1.3 Un indice négatif

À la traversée d'une interface entre un milieu droitier et un milieu gaucher, la lumière subit une réfraction négative (voir figure 2.2).

Considérons une interface entre un milieu 1 main-droite et un milieu 2 main-gauche. Dans chacun des milieux, rappelons que le champ peut s'écrire sous la forme (1.6)

$$\phi_1(z) = A_1 \exp(i\gamma_1 z) + B_1 \exp(-i\gamma_1 z), \quad (2.5a)$$

$$\phi_2(z) = A_2 \exp(i\gamma_2 z) + B_2 \exp(-i\gamma_2 z), \quad (2.5b)$$

avec

$$\gamma_1 = \sqrt{n_1^2 k_0^2 - \alpha^2}, \quad (2.6a)$$

$$\gamma_2 = \sqrt{n_2^2 k_0^2 - \alpha^2}. \quad (2.6b)$$

Si on veut décrire l'onde créée dans le milieu 2 par une onde plane incidente provenant du milieu 1, nous devons éliminer un des deux termes de (2.5b) dont l'un correspond à une onde provenant de l'interface (onde sortante) et l'autre se dirigeant en sa direction. Dans le cas considéré, illustré par la figure 2.2, l'onde sortante dans le milieu main-gauche est celle dont le vecteur d'onde pointe vers l'interface. C'est donc le deuxième terme de l'expression (2.5b) qu'il faut garder pour vérifier la condition d'onde sortante. C'est parce que le vecteur d'onde et le vecteur de Poynting n'ont pas le même sens que nous devons faire le choix contraire au cas d'un milieu droitier. On peut considérer que la loi de Descartes décrit toujours ce phénomène de réfraction, à condition de prendre un indice négatif pour le MMG. C'est pourquoi on parle de réfraction négative.

Finalement, il semble que dans le cas où $\varepsilon < 0$ et $\mu < 0$, il soit pertinent de prendre pour définition de l'indice

$$n = -\sqrt{\varepsilon\mu}. \quad (2.7)$$

Cependant, un tel choix de détermination de la racine carrée demande une discussion très détaillée car, en général ε et μ ne sont pas réels [Ziolkowski and Heyman, 2001].

Soulignons aussi que la réfraction négative peut aussi être obtenue avec des cristaux photoniques [Gralak et al., 2000].

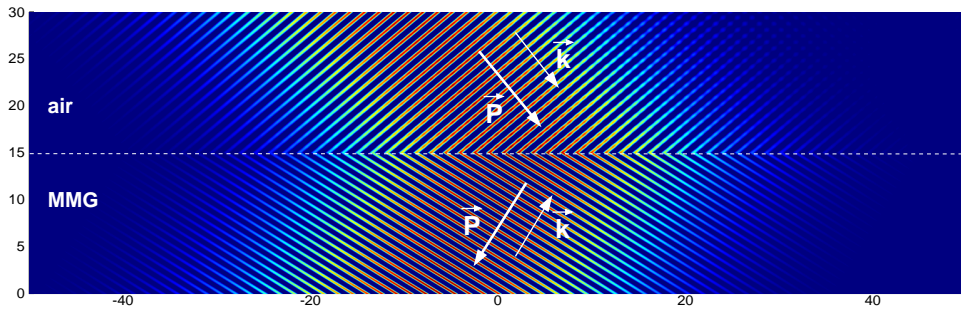


FIGURE 2.2 – *Partie réelle du champ électrique lors de la réfraction d'un faisceau lumineux à l'interface entre de l'air et un milieu main-gauche d'indice -1.2 .*

Il est très intéressant de considérer le cas particulier d'un milieu dont la permittivité et la perméabilité sont égales à -1 . À l'interface d'un tel milieu et de l'air, il ne se produit aucune réflexion, car les impédances des milieux sont alors parfaitement accordées. Une couche plane de milieu d'indice -1 constitue une lentille parfaite, capable de reconstruire une image sans aucune limite de résolution et sans aberrations [Pendry, 2000]. La figure 2.3 illustre le pouvoir de focalisation de la lentille plate suggérée par Pendry.

2.2 Mode guidé à la surface d'un milieu main-gauche

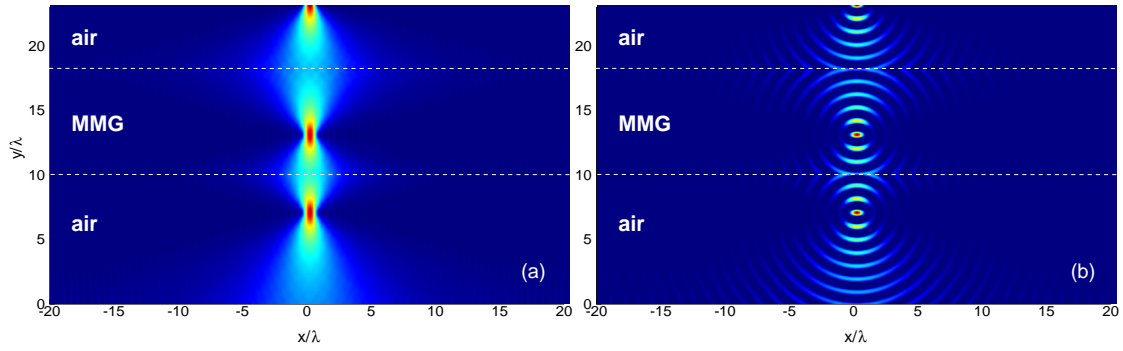


FIGURE 2.3 – Focalisation d'un faisceau par une couche de milieu main-gauche d'indice -1 . Aucune réflexion n'a lieu car les permittivités et les perméabilités de l'air et du MMG sont opposées. (a) Module du champ. (b) Partie réelle du champ.

2.2 Mode guidé à la surface d'un milieu main-gauche

Avec l'engouement suscité par les métamatériaux aux valeurs de permittivités et de perméabilités exotiques, les ondes de surfaces à la surface d'un milieu main-gauche ont attiré une attention particulière. De telles ondes de surfaces jouent en effet un rôle important dans le concept de lentille parfaite de Pendry [Pendry, 2000] en assurant la transmission des ondes évanescentes et donc la résolution sub-longueur d'onde, ce qui ne peut être réalisé avec une lentille normale. Les domaines d'existence et les propriétés de ces modes de surface ont été étudiées dans [Darmanyan et al., 2003, Ruppén, 2000, Shadrivov et al., 2004]. Dans cette section nous rappelons les principaux résultats concernant les modes guidés à l'interface d'un métal et d'un milieu main-gauche.

2.2.1 Domaines d'existence

En reprenant les notations du paragraphe 1.4.2, intéressons maintenant à un milieu 2 main-gauche pour lequel $\varepsilon_2 < 0$ et $\mu_2 < 0$. Il est commode d'écrire les relations de dispersions (1.61) sous la forme [Shadrivov et al., 2004]

$$\alpha^2 = k_0^2 \varepsilon_1 \mu_1 \frac{X(X - Y)}{X^2 - 1}, \quad (2.8a)$$

$$\alpha^2 = k_0^2 \varepsilon_1 \mu_1 \frac{Y(Y - X)}{Y^2 - 1}, \quad (2.8b)$$

où $X = |\varepsilon_2|/\varepsilon_1$ et $Y = |\mu_2|/\mu_1$. Une onde de surface n'existe que si la constante de propagation α est réelle, i.e. α^2 positif. Mais aussi, comme nous l'avons déjà précisé, si κ_1 et κ_2 sont réels. Comme $\alpha^2 = \kappa_i^2 + \varepsilon_i \mu_i k_0^2$, si $\kappa_i^2 > 0$, alors $\alpha^2 > 0$. Pour déterminer les domaines d'existence des ondes de surface, nous allons donc étudier le signe des κ_i^2 . Des expressions de κ_1^2 et κ_2^2 en polarisation $E_{//}$ et $H_{//}$

sont respectivement données par

$$\kappa_1^2 = k_0^2 \varepsilon_1 \mu_1 \frac{1 - XY}{Y^2 - 1}, \quad \kappa_2^2 = Y^2 \kappa_1^2, \quad (2.9a)$$

$$\kappa_1^2 = k_0^2 \varepsilon_1 \mu_1 \frac{1 - XY}{X^2 - 1}, \quad \kappa_2^2 = X^2 \kappa_1^2. \quad (2.9b)$$

Par conséquent, en $E_{//}$, κ_1^2 et κ_2^2 sont positifs pour

$$1 < Y < 1/X, \quad (2.10)$$

et pour

$$1 > Y > 1/X. \quad (2.11)$$

En polarisation $H_{//}$, κ_1^2 et κ_2^2 sont positifs pour

$$1 < X < 1/Y, \quad (2.12)$$

et

$$1 > X > 1/Y. \quad (2.13)$$

Ces domaines d'existence sont résumés sur la figure 2.4 qui montre qu'une interface entre un milieu droitier et un milieu gaucher ne peut jamais supporter une onde de surface dans les deux polarisations simultanément. Le cas ($X = 1, Y = 1$) est singulier, il correspond à la situation de la lentille de Pendry.

2.2.2 Sens de propagation

Au chapitre précédent, nous avons montré qu'un plasmon à l'interface entre un diélectrique et un milieu dont seule la permittivité est négative ne pouvait en aucun cas être contra-propagatif. Nous décrivons ici ce qu'il en est pour une onde à la surface d'un milieu main-gauche.

Le flux d'énergie Π donné par (1.68) a le même signe que α si la fraction

$$\frac{\varepsilon_1 \kappa_1 + \varepsilon_2 \kappa_2}{\varepsilon_1 \kappa_1 \varepsilon_2 \kappa_2}, \quad (2.14)$$

est positive. Si celle-ci est négative, le flux d'énergie et la constante de propagation sont de sens opposés, ce qui signifie que l'onde de surface est contra-propagative. Le dénominateur est négatif car $\varepsilon_2 < 0$. Le numérateur est positif si

$$\varepsilon_1 \kappa_1 > |\varepsilon_2| \kappa_2, \quad (2.15)$$

soit, si

$$1/X > X, \quad (2.16)$$

avec $X = |\varepsilon_2|/\varepsilon_1$, ce qui correspond au domaine pour lequel

$$X < 1. \quad (2.17)$$

2.3 Modes guidés d'une couche de milieu main-gauche

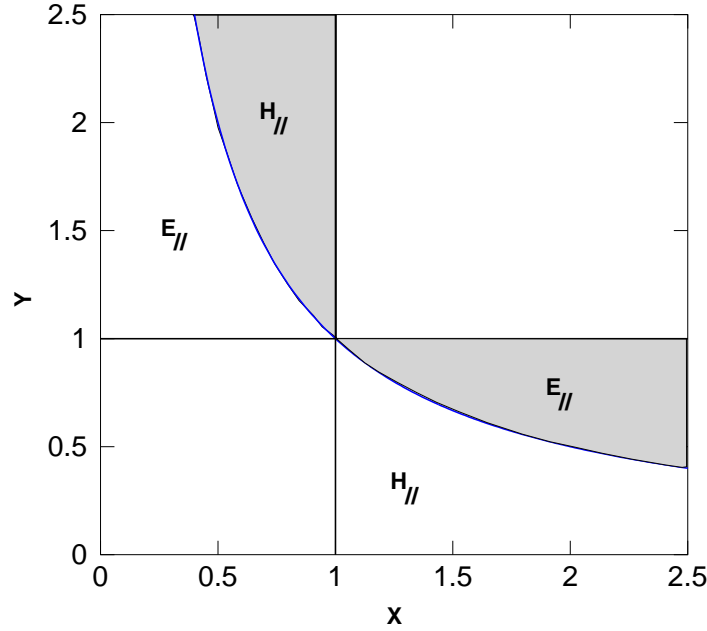


FIGURE 2.4 – Domaines d'existence des ondes de surface à l'interface entre un milieu droitier et un milieu gaucher, pour les deux polarisations, avec $X = |\varepsilon_2|/\varepsilon_1$ et $Y = |\mu_2|/\mu_1$. Les domaines grisés correspondent à des ondes de surface contra-propagatives.

Dans le domaine correspondant à $X < 1$, les modes de surfaces sont contra-propagatifs en polarisation $H_{//}$.

Le même raisonnement en $E_{//}$ nous montre que dans cette polarisation, les modes de surface sont contra-propagatifs dans le domaine pour lequel

$$Y < 1. \quad (2.18)$$

Ces différents domaines sont grisés sur la figure 2.4. Les milieux main-gauches supportent donc des modes de surface pour les deux polarisations, en leur conférant de nouvelles propriétés. Ils peuvent être contra-propagatifs, sous certaines conditions.

2.3 Modes guidés d'une couche de milieu main-gauche

Le chapitre précédent nous a permis d'introduire le guide d'onde plan et les caractéristiques de ces modes propres, dans le cas de milieux conventionnels. Dans cette section, nous présentons les principaux résultats concernant les modes guidés par une couche de milieu main-gauche, entourée par un milieu droitier, qui présentent de toutes nouvelles propriétés [Shadrivov et al., 2003]. L'absence de mode

fondamental en est une et peut être exploitée pour interdire toute propagation dans une structure multicouche [Shadrivov et al., 2005a]. Nous allons nous pencher sur une autre propriété qui concerne le sens de propagation de l'énergie. En effet, les modes guidés d'un guide gaucher ont la particularité de pouvoir être contra-propagatifs.

Dans un milieu main-gauche, les ondes électromagnétiques sont contra-propagatives. Pour un mode guidé, le flux d'énergie à l'intérieur du guide est donc opposé à la constante de propagation α . Le vecteur de Poynting moyen s'exprime en effet comme

$$P_x = \frac{\alpha}{2\omega\mu_0\mu} |E_y|^2, \quad (2.19)$$

en $E_{//}$, avec $\mu < 0$ dans le cas d'un milieu gaucher, donc $P_x < 0$. Par contre, à l'extérieur du guide le flux d'énergie est positif. Le flux total d'énergie du mode guidé sera opposé à α , et le mode guidé sera donc contra-propagatif, si le mode est suffisamment confiné à l'intérieur de la couche main-gauche.

Par exemple, considérons une couche de milieu main-gauche avec $\varepsilon_2 = -1$ et $\mu_2 = -3$, entourée d'air ($\varepsilon_1 = 1, \mu_1 = 1$). Pour une épaisseur $h = 0.6\lambda$, le guide supporte deux modes guidés pairs pour les constantes de propagation $\alpha_1 = 1.035k_0$ et $\alpha_2 = 1.410k_0$, valeurs déterminées par résolution numérique de la relation de dispersion (1.72). Les excitations de chacun de ces modes grâce à un coupleur à prisme ont été simulées et représentées figures 2.5 et 2.6. Nous constatons que le second est contra-propagatif, alors que le premier ne l'est pas. Si l'on compare les profils des modes, il est en effet évident que le second est bien plus localisé dans le milieu main-gauche que le premier.

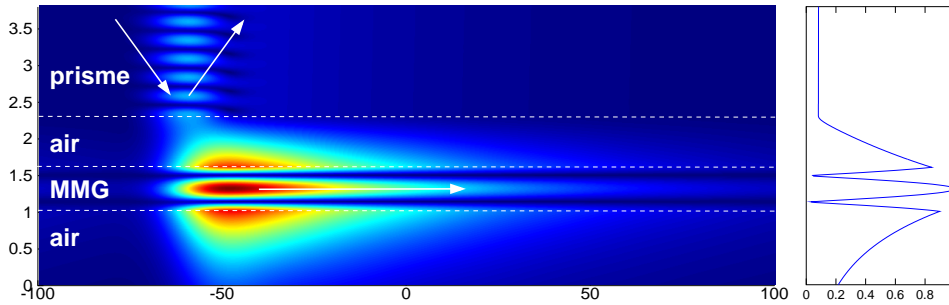


FIGURE 2.5 – Mode guidé pair d'une couche de milieu main-gauche ($\varepsilon_2 = -1, \mu_2 = -3$) entourée d'air, excité par couplage évanescent. Sa constante de propagation est $\alpha_1 = 1.035k_0$. Le mode, peu localisé dans le milieu main-gauche, n'est pas contra-propagatif.

L'étude de Shadrivov et al. [Shadrivov et al., 2003] présente en détail toutes les configurations possibles. On pourra retenir par exemple, que dans le cas où $\varepsilon_2\mu_2 > \varepsilon_1\mu_1$ et $|\mu_2| < \mu_1$, alors il existe toujours au moins un mode pair et les modes guidés existant sont tous contra-propagatifs car c'est dans le guide que l'énergie est la plus localisée.

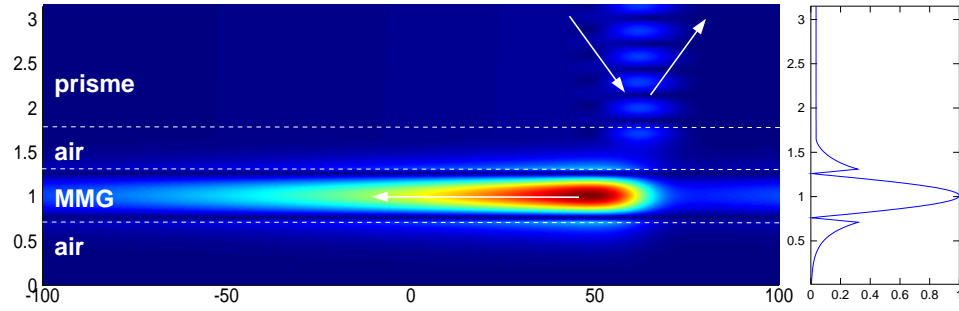


FIGURE 2.6 – Mode guidé pair d’une couche de milieu main-gauche ($\varepsilon_2 = -1, \mu_2 = -3$) entourée d’air, excité par couplage évanescent. Sa constante de propagation est $\alpha_2 = 1.410k_0$. Le mode, très localisé dans le milieu main-gauche, est contra-propagatif.

2.4 Conclusion

Nous venons de voir quelques comportements non-conventionnels de structures composées de milieux main-gauche. Après avoir analysé la structure de l’onde dans un tel milieu, nous avons énoncé les principales caractéristiques des ondes guidées à la surface et dans une couche d’un milieu gaucher. Diverses propriétés exotiques les caractérisent comme l’absence de mode fondamental ou le fait que des modes contra-propagatifs soient supportés. Nous avons insisté sur le sens de propagation de ces modes guidés en mettant en évidence le caractère contra-propagatifs qu’ils peuvent présenter sous certaines conditions.

Les métamatériaux permettent des phénomènes physiques qui n’étaient pas envisageables par le passé. Des défis majeurs restent toutefois à relever pour que des applications aussi révolutionnaires que la lentille parfaite puisse se concrétiser. Il s’agit particulièrement de pallier le problème des pertes présentes dans les structures métalliques si on souhaite les utiliser dans le domaine de l’optique. Des métamatériaux entièrement diélectriques ont déjà été proposés dans ce but [Peng et al., 2007, Vynck et al., 2009]. Il reste aussi à mieux maîtriser les structures qui doivent être très miniaturisées pour être exploitées dans le domaine optique [Shalaev, 2007]. Néanmoins, le fait d’envisager la présence des milieux main-gauche, c’est se tourner vers tout un pan de l’électromagnétisme qui a été ignoré. Les travaux exposés dans les chapitres suivants en font partie.

Chapitre 3

Les boucles de lumière

Sommaire

3.1	Étude générale	58
3.1.1	Présentation du problème	58
3.1.2	Relation de dispersion de la structure	59
3.1.3	Excitation de la boucle de lumière	61
3.2	Application de la théorie des modes couplés	63
3.2.1	Présentation du formalisme	64
3.2.2	Excitation par une source ponctuelle	65
3.2.3	Excitation par un faisceau	66
3.3	Structures réalistes capables de supporter une boucle de lumière	69
3.3.1	Effets des pertes	69
3.3.2	La boucle de lumière plasmonique	72
3.3.3	Un métal à la place du milieu main-gauche	76
3.3.4	Une structure entièrement diélectrique	85
3.4	Application à la mise en forme de faisceau	87
3.5	Conclusion	92

Dans ce chapitre nous étudions un mode exotique appelé "boucle de lumière" qui émerge du couplage contra-directionnel entre deux modes guidés de deux guides distincts. Nous commençons dans une première section par rappeler les principales caractéristiques de cette résonance et les résultats publiés par Paul-Henri Tichit et Antoine Moreau [Tichit et al., 2007]. Mettant une nouvelle fois en évidence le renouveau qu'apportent les milieux main-gauche à la physique des structures lamellaires [Shadrivov et al., 2005b], le phénomène décrit utilise les propriétés non-conventionnelles d'une couche d'un tel milieu. Un mode guidé contra-propagatif de cette couche est couplé avec un mode guidé usuel d'une épaisseur de diélectrique conventionnel. Le couplage contra-directionnel ainsi réalisé est décrit à

l'aide de la relation de dispersion de la structure ainsi qu'avec une analyse des solutions dans le plan complexe. Une étude de la boucle de lumière excitée par un faisceau et par une source ponctuelle est aussi présentée. Nous montrons que deux modes couplés conjugués peuvent être excités simultanément, conduisant à un phénomène de rotation de la lumière dans la structure lamellaire.

Dans une deuxième section, nous présentons et validons un modèle, issu de la théorie des modes couplés [Huang, 1994, Yariv, 1973] et de la théorie du coupleur à prisme [Ulrich, 1970], développé dans le but de décrire et d'expliquer la distribution du champ dans la structure lors de l'excitation de la boucle de lumière par un faisceau. Le modèle permet une interprétation physique simple d'une caractéristique de la boucle de lumière excitée par un faisceau : la zone sombre présente sous le faisceau incident. De plus, le modèle décrit de façon analytique la distribution du champ dans la structure et met en évidence la dépendance entre la taille de la boucle et la force du couplage entre les guides. Ce travail a fait l'objet d'une publication [Pollès et al., 2010a] dans laquelle est aussi décrite une nouvelle structure capable de supporter une boucle de lumière utilisant un mode de surface contra-propagatif.

L'objet de la troisième section est d'ailleurs de proposer d'autres types de structures candidates pour l'obtention de ce mode exotique. Nous analysons tout d'abord l'effet des pertes dues au caractère absorbant des milieux gauchers et nous montrons que le modèle décrit précédemment peut tout à fait être étendu à la prise en compte de l'absorption ou des fuites. Puis, nous présentons une étude des modes guidés d'une couche de milieu à permittivité négative qui permettrait de remplacer le milieu main-gauche afin de former une structure plus réaliste. Enfin, nous montrerons qu'il est possible d'obtenir une boucle de lumière dans une structure entièrement diélectrique, récemment proposée [Ye et al., 2009].

La quatrième section est consacrée à l'application des boucles de lumière à la mise en forme de faisceau. En nous appuyant sur les résultats analytiques produits par le modèle issu de la théorie des modes couplés, nous décrivons les faisceaux réfléchis et transmis dans une structure mettant en jeu une boucle de lumière. Cela nous permet d'envisager son utilisation comme un élargisseur de faisceau extrêmement fin [Pollès et al., 2010b].

3.1 Étude générale

3.1.1 Présentation du problème

Le couplage entre deux guides d'onde apparaît lorsque, pris séparément, ils supportent chacun un mode guidé pour la même constante de propagation. Si l'un des deux modes guidés est contra-propagatif, alors le couplage est contra-directionnel.

Nous avons vu précédemment qu'une couche de milieu main-gauche est capable de supporter des modes guidés contra-propagatifs. Reprenons l'exemple étudié en considérant, en polarisation $E_{//}$, une

3.1 Étude générale

couche d'épaisseur $h_3 = 0.715\lambda$ d'un milieu caractérisé par sa permittivité $\varepsilon_3 = -3$ et sa perméabilité $\mu_3 = -1$, entourée d'air ($\varepsilon_1 = 1$, $\mu_1 = 1$). Ce guide supporte un mode contra-propagatif dont la constante de propagation, qui vérifie la relation de dispersion (2.8a), est $\alpha_0 = 1.343k_0$.

Maintenant, nous cherchons à coupler ce guide avec une couche de diélectrique conventionnel ($\varepsilon_2 = 3$, $\mu_2 = 1$) également plongée dans l'air. Pour cela, il faut trouver l'épaisseur h_2 permettant à cette couche de supporter un mode guidé pour la constante de propagation α_0 . D'après la relation de dispersion d'un guide symétrique (1.72), en polarisation $E_{//}$, nous avons

$$h_2 = \frac{2}{\gamma_2} \arctan \left(\frac{\mu_2 \kappa_1}{\mu_1 \gamma_2} \right). \quad (3.1)$$

Ainsi le mode fondamental du guide diélectrique a sa constante de propagation égale à α_0 si $h_2 = 0.200\lambda$.

Nous voilà donc avec deux guides d'ondes parfaitement accordés : ils supportent chacun un mode guidé pour la même constante de propagation α_0 , avec la particularité que le mode du guide main-gauche est contra-propagatif.

Le couplage se produit lorsque la distance h qui sépare les deux guides est suffisamment faible, c'est-à-dire de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde dans le milieu. La structure formée est présentée sur la figure 3.1.

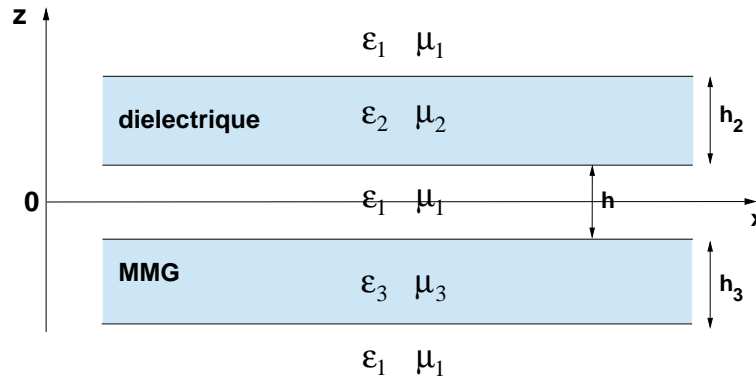


FIGURE 3.1 – Les deux guides d'ondes sont séparés d'une distance h et plongés dans un milieu caractérisé par ε_1 et μ_1 .

3.1.2 Relation de dispersion de la structure

Afin d'étudier les modes résonnants des deux guides couplés, nous allons maintenant considérer la structure dans son ensemble et calculer sa relation de dispersion.

Selon le même principe que pour un guide seul, la relation de dispersion émerge du système d'équa-

tions établi en écrivant la continuité des champs et de leurs dérivées aux interfaces. Le déterminant du système doit être nul pour qu'une solution non nulle existe, conduisant à la relation [Tichit et al., 2007]

$$(1 + x_2 F_2 x_3 F_3) \tanh(\kappa_1 h) + x_2 F_2 + x_3 F_3 = 0, \quad (3.2)$$

avec $F_j = \frac{1 - x_j \tanh(\kappa_j h_j)}{x_j + \tanh(\kappa_j h_j)}$, et $x_j = \frac{\mu_0 \gamma_j}{\mu_j \kappa_0}$, pour $j = 2, 3$. Rappelons que nous avons $\gamma_j = \sqrt{\varepsilon_j \mu_j k_0^2 - \alpha^2}$ et $\kappa_j = \sqrt{\alpha^2 - \varepsilon_j \mu_j k_0^2}$. Cette relation peut être vue comme une équation dont l'inconnue est la constante de propagation α et dont h est un paramètre.

Quand h tend vers l'infini, $\tanh(\kappa_1 h)$ tend vers 1 et la relation de dispersion (3.2) peut simplement s'écrire comme le produit des deux relations de dispersion des guides pris séparément :

$$(1 + x_2 F_2)(1 + x_3 F_3) = 0. \quad (3.3)$$

Les deux guides sont découplés et les modes guidés sont indépendants. Les solutions de la relation de dispersion sont alors réelles (α_0 est solution double).

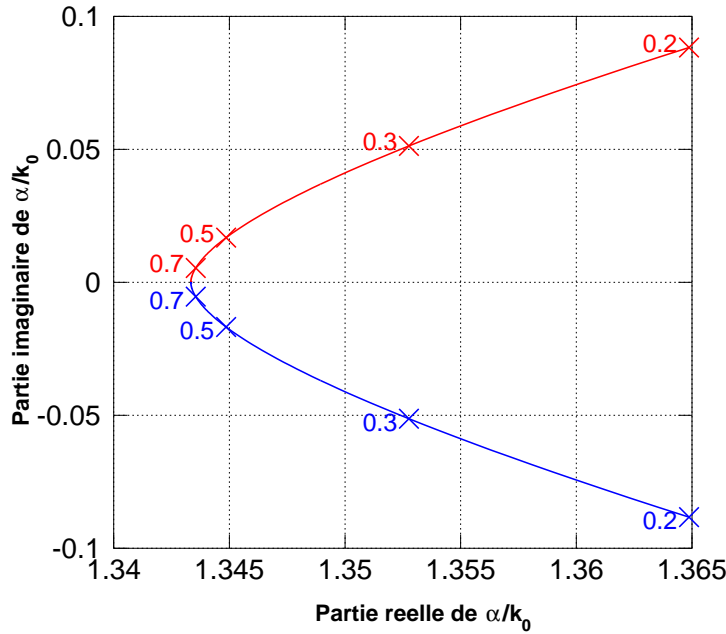


FIGURE 3.2 – Solutions de la relation de dispersion (3.2), dans le plan complexe de la constante de propagation α , pour différentes valeurs de la distance h séparant les guides couplés, en unité de longueur d'onde ($h = 0.2, 0.3, 0.5, 0.7$).

Par contre, si la distance h séparant les guides diminue, les guides se couplent et la relation de dispersion admet des solutions complexes. La figure 3.2 représente, dans le plan complexe de α , les solutions de (3.2) pour différentes valeurs de h . Nous constatons que pour des grandes valeurs de h , α_0 est

3.1 Étude générale

une solution double. Puis, lorsque h diminue, nous avons deux solutions distinctes qui sont conjuguées. Par exemple, pour $h = 0.7\lambda$, les solutions sont $\alpha = (1.344 \pm 0.005489i)k_0$.

Comme le champ peut s'écrire sous la forme $E(x, z, t) = E_0(z, t) \exp(i\alpha x)$, la partie imaginaire de α indique une décroissance exponentielle du champ selon la direction de l'axe Ox . Du signe de la partie imaginaire dépend le sens de cette décroissance. Notons bien que ici, l'atténuation du champ n'est pas due à l'absorption (les milieux sont supposés non dissipatifs) mais au couplage contra-directionnel qui empêche le champ de se propager selon la direction des x . Nous avons ici deux valeurs conjuguées de α qui vérifient la relation de dispersion de la structure. Ces solutions jumelles ont même partie réelle, ce qui signifie qu'elles correspondent à des modes pouvant être excités simultanément par une source. De plus, leurs parties imaginaires opposées indiquent que les deux modes se développent (et s'atténuent) dans des directions opposées. Ces deux modes jumeaux forment la boucle de lumière.

3.1.3 Excitation de la boucle de lumière

Pour exciter un seul de ces modes, il est possible d'utiliser un "end-fire coupler" [Wang et al., 2006]. Il s'agit alors de couper la structure perpendiculairement aux guides et d'injecter de la lumière dans l'une des deux couches guidantes. Par couplage contra-directionnel, la lumière revient alors par l'autre. Un seul des deux modes jumeaux est dans ce cas excité.

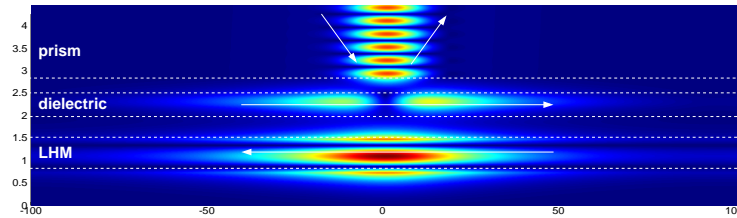
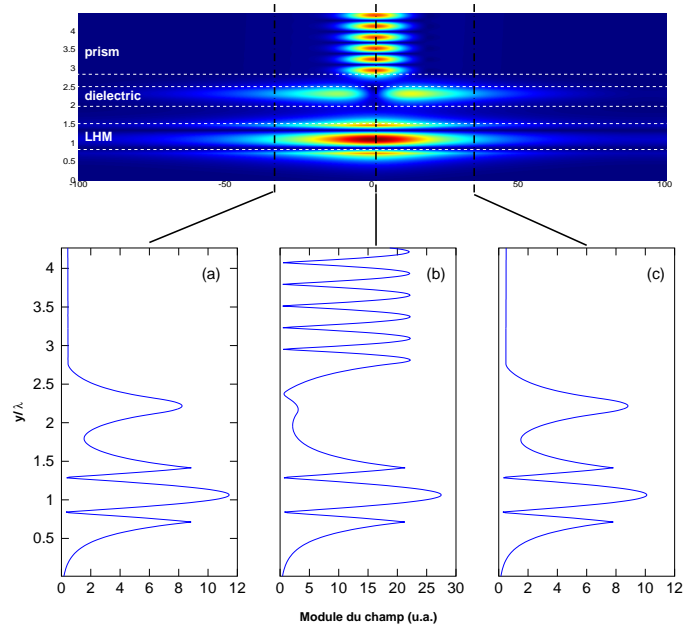
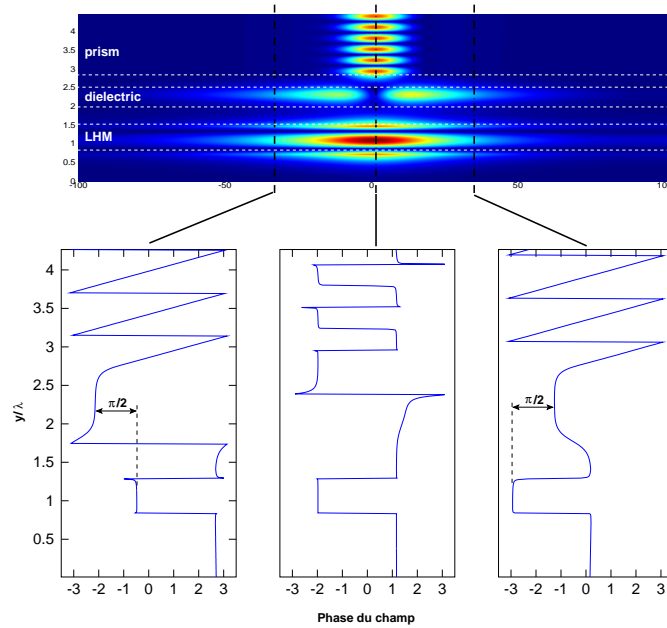


FIGURE 3.3 – Boucle de lumière excitée par un faisceau gaussien (angle d'incidence : 36.9° , waist : 10λ) incident dans un prisme ($\varepsilon = 5$, $\mu = 1$). La distance séparant le guide de la surface du milieu main-gauche est $h = 0.7\lambda$.

Une autre possibilité est le couplage évanescent avec un prisme proche d'un des guides. La figure 3.3 montre une telle situation. Les deux modes jumeaux sont ici excités. L'un s'atténue vers la gauche, l'autre vers la droite. Le profil vertical apparaît sur la figure 3.4, pour trois coupes de part et d'autre ainsi qu'au niveau du centre du faisceau incident. On peut y voir apparaître les profils du champ dans les deux guides, qui ressemblent fort aux profils des modes guidés découplés. La légère dissymétrie qui apparaît entre les coupes (a) et (c) est provoquée par le prisme qui perturbe le guide supérieur. Une caractéristique surprenante est la zone noire apparaissant dans le guide supérieur, juste en-dessous le faisceau incident. Sur la figure 3.4b, il est clairement visible que le module du champ est très faible dans cette zone.


 FIGURE 3.4 – *Module du champ selon l'axe Ox .*

 FIGURE 3.5 – *Phase du champ selon l'axe Ox .*

Un début d'explication de cette zone noire peut naître de l'observation de la phase du champ dans les deux guides. la figure 3.5 nous montre l'évolution de la phase selon l'axe Ox , pour différentes coupes : à droite, à gauche, et juste en-dessous du faisceau incident. Nous voyons alors que le champ dans les

3.2 Application de la théorie des modes couplés

deux guides sont en quadrature de phase. Dans la partie droite, le champ dans le guide supérieur est en avance de $\pi/2$ par rapport au guide inférieur, alors que dans la partie gauche il est en retard de $\pi/2$. Par conséquent, dans les deux parties du guide supérieur, le champ est en opposition de phase. Nous verrons plus tard comment cela produit la zone noire.

Si l'on échange les positions du guide diélectrique et du guide main-gauche, la boucle de lumière garde les mêmes caractéristiques. La zone noire se retrouve alors dans le guide gauche, toujours sous le faisceau incident (figure 3.6).

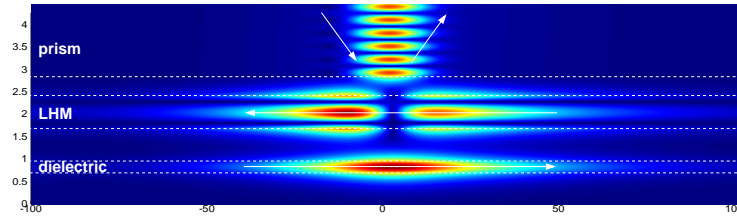


FIGURE 3.6 – Même structure et même faisceau que sur la figure 3.3 mais avec les positions des guides diélectrique et main-gauche inversées.

La boucle de lumière peut aussi être excitée par une source placée directement à l'intérieur d'un des guides. Sur la simulation présentée figure 3.7, une source ponctuelle est placée à l'intérieur du guide diélectrique. La source étant isotrope, deux boucles contra-rotatives sont excitées et interfèrent.

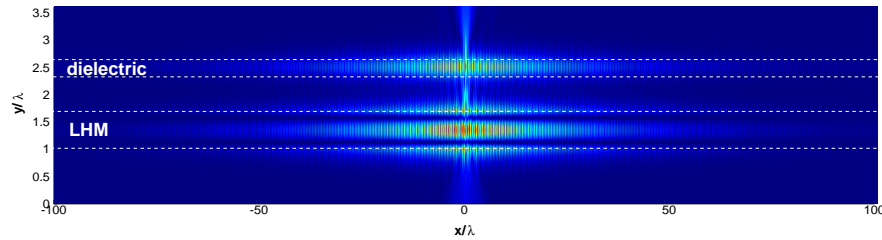


FIGURE 3.7 – Même structure que sur la figure 3.3 mais ici la boucle de lumière est excitée par une source ponctuelle située dans le guide diélectrique.

3.2 Application de la théorie des modes couplés

Dans le premier chapitre, nous avons abordé la notion de couplage entre deux modes guidés à l'aide de la théorie des modes couplés (TMC). Nous avons ainsi présenté cette théorie en l'appliquant à la description du couplage co-directionnel entre deux modes se propageant dans le même sens. La TMC a aussi été appliquée au couplage contra-directionnel et en particulier au système optique le plus util-

isé basé sur le couplage contra-directionnel, le guide d'onde de Bragg [Yariv, 2006]. L'indice du guide, ou du milieu extérieur, y est modulé périodiquement. Cette modulation peut aussi être une simple corugation. Les guides d'onde de Bragg sont des composants clefs des lasers à couplage contre-réaction répartie (distributed feedback (DFB)) [Grynberg et al., 1997]. Dans ce cas, les deux modes guidés contra-directionnels se propagent dans le même guide.

Après avoir présenté un formalisme simplifié appliqué au couplage contra-directionnel entre deux guides accordés, nous utiliserons les résultats fournis par le modèle pour décrire l'excitation d'une boucle de lumière par une source ponctuelle puis par un faisceau.

3.2.1 Présentation du formalisme

En reprenant les notations de [Yariv, 1973], considérons deux modes guidés indépendants a et b dont les amplitudes sont A et B , se propageant selon l'axe Ox . Dans le cas de la structure décrite au paragraphe précédent, le mode a correspond à une onde se propageant vers la droite dans la couche diélectrique. Le mode b se propage vers la gauche dans le milieu gaucher. Si l'on approche les deux guides l'un de l'autre, les deux modes interagissent et échangent de l'énergie : ils deviennent couplés. Leurs amplitudes A et B dépendent alors de x . Sous la condition d'accord de phase, i.e. si les deux modes indépendants ont la même constante de propagation, l'échange d'énergie est exprimé par des équations du type

$$\frac{dA}{dx} = \kappa_{ab}B, \quad (3.4a)$$

$$\frac{dB}{dx} = \kappa_{ba}A, \quad (3.4b)$$

où κ_{ab} et κ_{ba} sont les coefficients de couplage. Nous supposons que les amplitudes A et B sont définies de telle sorte que $|A(x)|^2$ et $|B(x)|^2$ représentent les énergies transportées par les modes a et b . La conservation de l'énergie impose alors

$$\frac{d}{dx}(|A(x)|^2) = \frac{d}{dx}(|B(x)|^2), \quad (3.5)$$

c'est-à-dire que toute l'énergie quittant un mode se retrouve dans l'autre. Cette relation est vérifiée si et seulement si

$$\kappa_{ab} = \kappa_{ba}^* \equiv \kappa^*. \quad (3.6)$$

Le système précédent (3.4) s'intègre rapidement pour donner des expressions de la forme

$$A(x) = C_1 e^{|\kappa|x} + C_2 e^{-|\kappa|x} \quad (3.7a)$$

$$B(x) = C_1 \frac{|\kappa|}{\kappa^*} e^{|\kappa|x} - C_2 \frac{|\kappa|}{\kappa^*} e^{-|\kappa|x}, \quad (3.7b)$$

3.2 Application de la théorie des modes couplés

où C_1 et C_2 sont des constantes à déterminer à l'aide des conditions aux limites qu'il reste à fixer. Les conditions couramment présentées correspondent à des situations où le couplage entre les guides n'apparaît que dans une zone limitée le long de leur axe. Ainsi de l'énergie arrive depuis un guide puis repart dans l'autre, en sens opposé [Huang, 1994, Yariv, 1973]. Pour notre part, nous souhaitons décrire l'excitation de guides couplés sur une zone infinie.

Le coefficient de couplage κ contrôle la décroissance des exponentielles des expressions 3.7. Sa valeur est obtenue par résolution de la relation de dispersion des deux guides couplés (3.2). En effet, quelle que soit la force du couplage, le coefficient κ est égal à la partie imaginaire de α

$$\kappa = \Im(\alpha), \quad (3.8)$$

où α est solution de (3.2).

3.2.2 Excitation par une source ponctuelle

Plaçons-nous tout d'abord le cas de l'excitation par une source ponctuelle d'amplitude égale à un, située en $x = 0$, dans le guide diélectrique supportant le mode a . L'amplitude de cette source s'exprime comme $S_1(x) = \delta(x)$, où δ est la distribution de Dirac. Les conditions limites associées sont $A(x = 0) = 1$ et $A(\pm\infty) = 0$. En les appliquant aux équations générales (3.7), nous obtenons A_1 et B_1 , les amplitudes créées par la source ponctuelle d'amplitude S_1 , qui peuvent être vues comme des fonctions de Green [Ulrich, 1970] :

$$A_1(x) = H(x) \exp(-|\kappa|x) - H(-x) \exp(|\kappa|x) \quad (3.9a)$$

$$B_1(x) = e^{(-i\frac{\pi}{2})} [H(x) \exp(-|\kappa|x) + H(-x) \exp(|\kappa|x)], \quad (3.9b)$$

H étant la fonction de Heaviside. Remarquons que dans chaque domaine $x > 0$ et $x < 0$, les amplitudes A_1 et B_1 sont déphasées de $\pi/2$. C'est une caractéristique que possèdent les boucles de lumière, comme nous l'avons commenté en analysant la figure 3.5.

Nous pouvons proposer l'interprétation suivante. Si l'on considère l'abscisse $x = 0$ comme point de départ, l'onde créée par la source se propage alors dans le guide diélectrique selon le mode a , dans la direction des x croissants. Tout en se propageant, l'onde se transfère dans le guide gaucher avec un déphasage de $\pi/2$ dans lequel elle se propage dans la direction opposée, selon le mode b . Puis l'onde revient dans le premier guide, avec un nouveau déphasage de $\pi/2$, soit un déphasage de π par rapport à l'onde initiale. Cela explique que dans les deux parties du guide supérieur, les signes de A_1 soient opposés (équation (3.9a)).

La figure 3.8 représente l'amplitude du champ décrite par la TMC (3.9) et celle donnée par la simulation de la figure 3.7. Nous constatons un très bon accord entre les prévisions du modèle et la simulation.

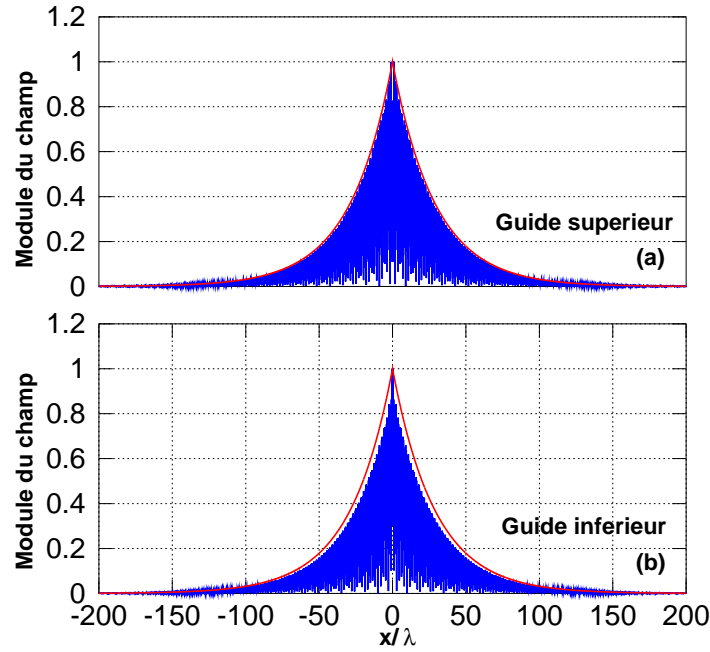


FIGURE 3.8 – *Module du champ au centre (a) du guide diélectrique, et (b) du guide gaucher. Les courbes bleues sont obtenues d’après la simulation (figure 3.7) et les courbes rouges sont données par le modèle (3.9).*

3.2.3 Excitation par un faisceau

Pour décrire et interpréter le profil du champ lorsque la boucle de lumière est excitée par un faisceau, nous devons faire appel à la théorie du coupleur à prisme. Nous sommes en effet amenés à utiliser les mêmes outils que ceux permettant l’étude de l’excitation d’un guide par couplage évanescent [Ulrich, 1970]. Ulrich décrit pour cela une théorie du coupleur à prisme basée sur une décomposition en ondes planes du faisceau incident. Au cours de sa description du phénomène, Ulrich suggère qu’il est possible de considérer le couplage évanescent comme un effet de cumul. En chaque point de l’axe du guide, le faisceau incident excite le guide proportionnellement à son amplitude en ce point. En supposant que le mode guidé se propage selon l’axe des x croissants, l’amplitude du mode en chaque abscisse x résulte alors de l’excitation en tous les points situés à des abscisses inférieures. C’est cette approche que nous avons retenue et généralisée à l’excitation de deux guides couplés.

Lorsque le guide supérieur est excité par un faisceau, par couplage évanescent, cela revient donc à considérer que le mode guidé est excité par un ensemble de sources ponctuelles, situées à l’intérieur du guide, dont la distribution d’amplitude selon l’axe horizontal est donnée par le profil du faisceau incident. Chaque source ponctuelle a ainsi une amplitude proportionnelle à celle du champ incident au niveau de l’interface du prisme juste au-dessus.

3.2 Application de la théorie des modes couplés

Les amplitudes A_1 et B_1 (3.9), créées par l'excitation par une source ponctuelle d'amplitude unité située dans le guide supérieur, peuvent dans ce cas être vues comme des fonctions de Green. Les amplitudes A et B des modes lorsque la source a une distribution d'amplitude décrite par $S(x)$ s'obtiennent alors par convolution de S par les fonctions de Green. Si nous considérons un faisceau gaussien de waist w , i.e. une expression de S de la forme $S(x) = S_0 \exp(-x^2/w^2)$, nous obtenons

$$A(x) = S_0 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \exp\left(\frac{\kappa^2 w^2}{4}\right) \times \left[\exp(-|\kappa|x) \operatorname{erfc}\left(-\frac{x}{w} + \frac{|\kappa|w}{2}\right) - \exp(|\kappa|x) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{w} + \frac{|\kappa|w}{2}\right) \right], \quad (3.10)$$

$$B(x) = S_0 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \exp\left(\frac{\kappa^2 w^2}{4} - i\frac{\pi}{2}\right) \times \left[-\exp(-|\kappa|x) \operatorname{erfc}\left(-\frac{x}{w} + \frac{|\kappa|w}{2}\right) + \exp(\kappa x) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{w} + \frac{|\kappa|w}{2}\right) \right], \quad (3.11)$$

où erfc est la fonction d'erreur complémentaire [Abramowitz and Stegun, 1964].

Les figures 3.9 et 3.10 représentent les profils du champ dans les deux guides, donnés par la simulation de la figure 3.3, ainsi que les amplitudes des modes a et b donnés par le modèle. La constante S_0 apparaissant dans les expressions (3.10) et (3.11) a été ajustée numériquement. Ces figures nous permettent de conclure que le modèle issu de la TMC décrit avec précision le profil de la boucle de lumière. Les légères différences entre la simulation et le modèle s'expliquent parce que ce dernier ne rend pas compte du couplage avec le prisme et des fuites qui en découlent.

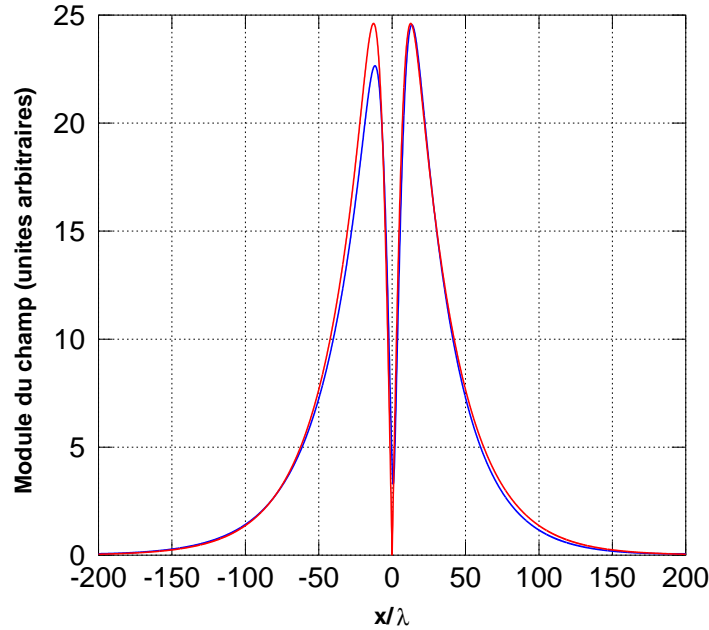


FIGURE 3.9 – *Module du champ au centre du guide diélectrique (supérieur) (courbe bleue) et $|A(x)|$ module de l'amplitude du mode a donnée par le modèle (3.10) (courbe rouge)*

La zone sombre rencontrée à la précédente simulation (figure 3.3) est aussi parfaitement décrite par

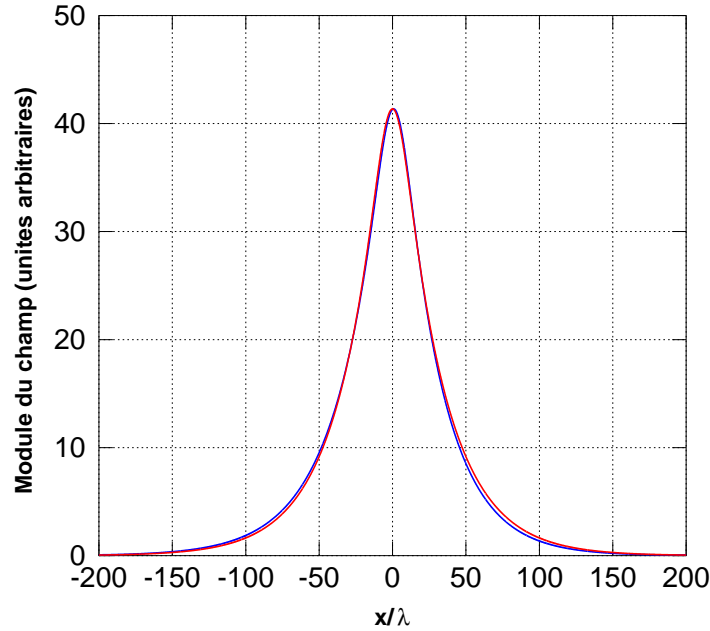


FIGURE 3.10 – *Module du champ au centre du guide main-gauche (guide inférieur) (courbe bleue) et $|B(x)|$ module de l'amplitude du mode b donnée par le modèle (3.11) (courbe rouge)*

notre modèle, comme le montre la figure 3.9 (l'amplitude dans le guide supérieur est nulle en $x = 0$). De plus, le modèle en donne une interprétation. Dans le cas d'une excitation ponctuelle, nous avons vu que dans le guide supérieur, en $x = 0$, il y a superposition de l'onde émise par la source et de l'onde qui revient du guide inférieur avec un déphasage de π . L'excitation par un faisceau équivaut à l'excitation par une source étendue et dans ce cas les deux ondes en opposition de phase se chevauchent et interfèrent de façon destructive produisant cette zone sombre.

Finalement, des résultats simples issus de la TMC et de la théorie du coupleur à prisme nous ont permis de construire un modèle capable de décrire de façon précise et de comprendre plus profondément le phénomène de boucle de lumière et ses caractéristiques. Par la suite, nous verrons qu'il est particulièrement utile de disposer d'un modèle analytique, pour l'application des boucles de lumière à la mise en forme de faisceau. Nous utiliserons aussi ces résultats dans le prochain paragraphe, où nous montrerons qu'ils peuvent être facilement étendus à la prise en compte des pertes, dues à de l'absorption ou à des fuites.

3.3 Structures réalistes capables de supporter une boucle de lumière

Nous l'avons détaillé dans le paragraphe précédent : une boucle de lumière est issue du couplage contra-directionnel entre un mode guidé usuel et un mode guidé contra-propagatif. Pour obtenir un mode présentant cette dernière caractéristique, nous nous sommes tournés vers les propriétés exotiques d'une couche de milieu main-gauche. Cependant, un tel milieu, qui pourrait être réalisé par un métamatériau, posséderait nécessairement des pertes qui pourraient perturber la formation de la boucle de lumière. D'autre part, des modes guidés contra-propagatifs peuvent être supportés par d'autres types de guides, n'impliquant pas forcément un milieu gaucher.

Dans ce paragraphe, nous commençons par étudier l'influence des pertes sur la boucle de lumière, à l'aide du modèle précédemment établi. Ensuite, dans l'objectif de proposer de nouveaux types de structures supportant ce mode exotique, nous nous pencherons sur différents moyens d'obtenir un couplage contra-directionnel, en cherchant des structures plus simples puis en essayant de nous passer des milieux main-gauche encore peu réalistes dans le domaine de l'optique.

3.3.1 Effets des pertes

Jusqu'à présent nous avons considéré des milieux non absorbants, cependant les métamatériaux, qui permettent d'obtenir des milieux gauchers, sont dissipatifs. C'est pourquoi nous avons cherché à connaître le comportement de la boucle de lumière lorsque le milieu main-gauche de la structure est absorbant.

Ainsi, nous avons simulé des pertes électriques dans le milieu constituant le guide gaucher en lui attribuant une permittivité complexe $\epsilon_3 = -3 + 0.001i$. La figure 3.11 montre que la boucle de lumière existe toujours, même si elle n'est plus symétrique [Tichit et al., 2007]. De plus, son étendue spatiale est diminuée, ce qui suggère que la partie imaginaire des solutions de la relation de dispersion est plus grande, en valeur absolue.

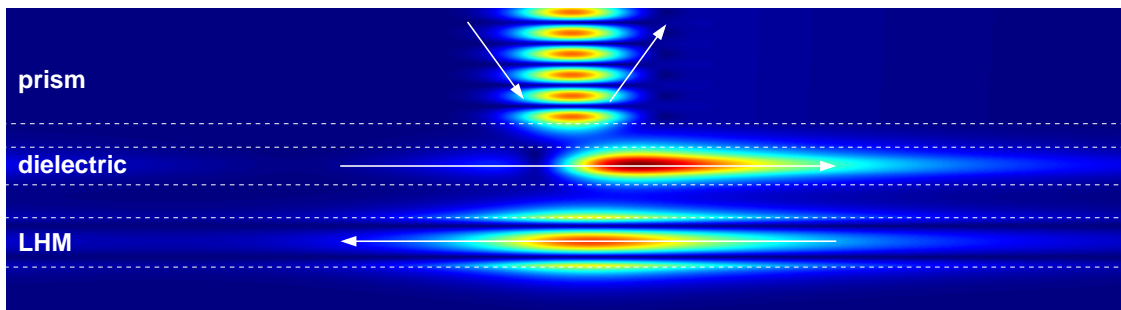


FIGURE 3.11 – Boucle de lumière excitée dans une structure identique à celle de la figure 3.3, mais dont le guide inférieur (main-gauche) est dispersif ($\epsilon_3 = -3 + 0.001i$).

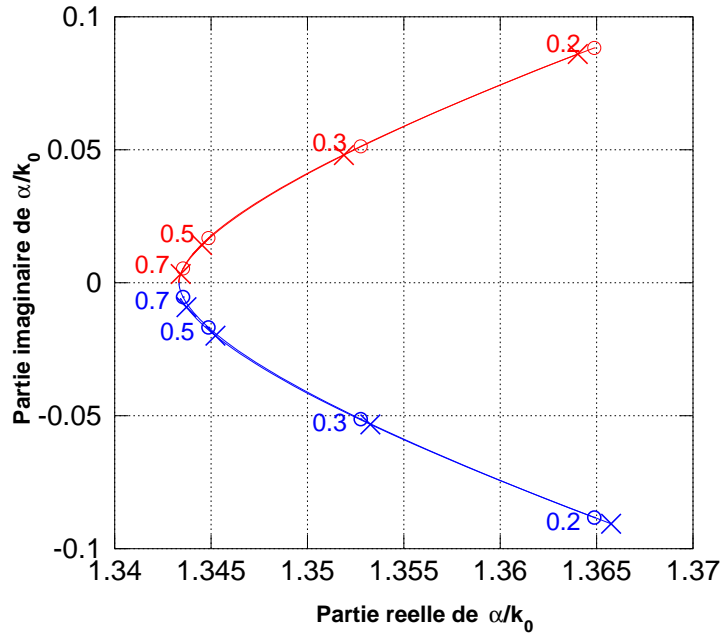


FIGURE 3.12 – Solutions de la relation de dispersion (3.2), dans le plan complexe de la constante de propagation α , pour différentes valeurs de h en longueur d'onde, la distance séparant les guides couplés.

Pour interpréter ce phénomène, analysons de quelle manière les solutions de la relation de dispersion (3.2) sont affectées par l'introduction des pertes. La figure 3.12 le met en évidence. Les ronds marquent les positions, dans le plan complexe de α , des solutions lorsqu'aucun phénomène dissipatif n'est pris en compte. Les croix sont les solutions après introduction des pertes. Elles se retrouvent alors décalées dans la direction des parties imaginaires négatives, tout en restant approximativement sur la courbe formée par l'ensemble des solutions pour tout h . Ainsi, pour une valeur de h donnée, les solutions ne sont plus conjuguées et la boucle de lumière perd sa symétrie comme l'illustre la figure 3.11. La distribution du champ dans le guide diélectrique, où ne sont pourtant pas localisées les pertes, est aussi affectée, essentiellement sur sa partie gauche. Cela s'explique parce que cette partie du guide est exclusivement excitée par couplage depuis le guide inférieur, dans lequel le champ est ici atténué à cause de l'absorption.

Demandons-nous de quelle façon le modèle dérivé de la TMC, établi au paragraphe précédent, peut être étendu dans le but de rendre compte des pertes dans le guide gaucher. Reprenons les équations couplées (3.4). Le coefficient de couplage κ rend compte de la variation des amplitudes A et B selon l'axe Ox . Les équations (3.4) nous enseignent que plus le module de κ est grand, plus cette variation, due à la fuite de l'énergie d'un guide vers l'autre, est rapide. De plus, la variation de l'amplitude d'un mode est directement proportionnelle à l'amplitude de l'autre, pour une abscisse donnée. Si le guide supportant le mode b est dissipatif, les pertes constitueront une autre cause de variation pour l'amplitude B et il faut

3.3 Structures réalistes capables de supporter une boucle de lumière

donc ajouter un terme aux équations couplées qui deviennent

$$\frac{dA}{dx} = \kappa^* B, \quad (3.12a)$$

$$\frac{dB}{dx} = \kappa A + \kappa_d B, \quad (3.12b)$$

où κ_d est un coefficient de dissipation. Puisque le mode b se propage dans le sens des x décroissants, κ_d est réel positif. En découplant les équations, on peut écrire le système comme

$$B = \frac{1}{\kappa^*} \frac{dA}{dx}, \quad (3.13a)$$

$$\frac{d^2 A}{dx^2} - \kappa_d \frac{dA}{dx} - |\kappa|^2 A = 0, \quad (3.13b)$$

d'où on peut déduire que l'amplitude A est de la forme

$$A(x) = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}, \quad (3.14)$$

où

$$r_{1,2} = \frac{\kappa_d \pm \sqrt{\kappa_d^2 + 4|\kappa|^2}}{2}, \quad (3.15)$$

avec $r_1 > 0$ et $r_2 < 0$. En appliquant les conditions limites correspondant à une excitation par une source ponctuelle $S_1(x) = \delta(x)$, comme au paragraphe 3.2, nous obtenons les fonctions de Green

$$A_1(x) = H(x) \exp(r_2 x) + \frac{r_2}{r_1} H(-x) \exp(r_1 x), \quad (3.16a)$$

$$B_1(x) = \frac{r_2}{\kappa^*} [H(x) \exp(r_2 x) + H(-x) \exp(r_1 x)]. \quad (3.16b)$$

Dans chaque demi-plan $x < 0$ et $x > 0$, la décroissance exponentielle est maintenant différente. Nous pouvons faire le lien avec les parties imaginaires des deux solutions de la relation de dispersion qui ne sont plus opposées. Si nous appelons α_1 et α_2 ces solutions, α_1 étant celle dont la partie imaginaire est positive, nous avons alors

$$r_1 = \Im(\alpha_1), \quad (3.17a)$$

$$r_2 = \Im(\alpha_2). \quad (3.17b)$$

Et, d'après les expressions de r_1 et r_2 (3.15), le coefficient de dissipation κ_d est donné par

$$\kappa_d = r_1 + r_2 = \Im(\alpha_1) + \Im(\alpha_2). \quad (3.18)$$

Quant au coefficient de couplage κ , il peut toujours être relié aux parties imaginaires de α_1 et α_2 mais sa valeur reste identique avec ou sans les pertes. Ainsi, les valeurs des coefficients κ et κ_d sont déterminées par résolution de la relation de dispersion. Sur la figure 3.13 sont comparées les amplitudes créées dans les deux guides couplés par une source ponctuelle données par la simulation et par le modèle (3.16). La

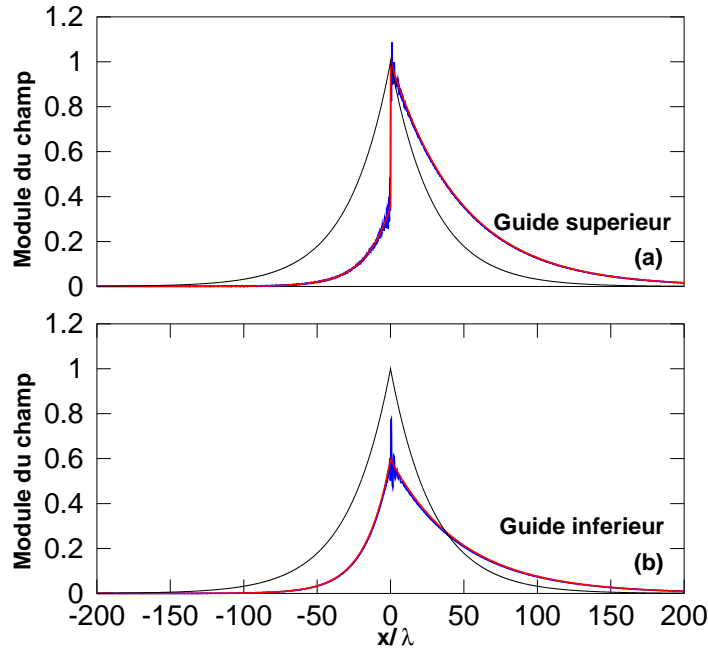


FIGURE 3.13 – *Module du champ au centre (a) du guide diélectrique, et (b) du guide gauche. Les courbes bleues sont obtenues par simulation et les courbes rouges sont données par le modèle (3.16). Courbes noires : cas non dissipatif (3.9).*

parfaite superposition des courbes valide l'extension de notre modèle à la prise en compte du caractère dissipatif d'un milieu.

Un autre atout de ce modèle est d'être tout aussi valable si un des guides est placé près d'un milieu de fort indice, le mode guidé devenant "à fuites". Dans ce cas, les pertes dues aux fuites ont exactement le même effet que les pertes dissipatives et sont prises en compte au même titre par le coefficient κ_d .

3.3.2 La boucle de lumière plasmonique

Une boucle de lumière résulte du couplage contra-directionnel entre deux modes guidés se propageant dans deux guides d'onde distincts. Cela nécessite qu'un des modes soit contra-propagatif et jusqu'à présent nous avons donc considéré une couche de milieu gauche, capable de supporter un tel mode. Cependant, nous pouvons proposer une structure plus simple, comprenant une seule interface entre un milieu main-gauche et un milieu main-droite car des modes de surface contra-propagatifs peuvent exister sur une telle interface [Darmanyan et al., 2003] [Shadrivov et al., 2004]. Dans ce paragraphe, nous détaillons l'étude, publiée récemment [Pollès et al., 2010a], d'une boucle de lumière formée à partir d'un mode de surface.

3.3 Structures réalistes capables de supporter une boucle de lumière

Un mode de surface contra-propagatif

En polarisation $H_{//}$, la relation de dispersion pour une onde se propageant le long d'une interface séparant un milieu diélectrique et un milieu main-gauche de permittivités respectives ε_1 et ε_3 et de perméabilités μ_1 et μ_3 , peut s'écrire

$$\alpha^2 = k_0^2 \mu_1 \varepsilon_1 \frac{X(X - Y)}{(X^2 - 1)}, \quad (3.19)$$

où $X = |\varepsilon_3|/\varepsilon_1$ et $Y = |\mu_3|/\mu_1$. Une onde de surface contra-propagative existe si l'inégalité suivante est vérifiée [Shadrinov et al., 2004]

$$1 < X < 1/Y. \quad (3.20)$$

Par exemple, pour une longueur d'onde λ donnée, si nous considérons l'interface entre de l'air et un milieu main-gauche avec $\varepsilon_3 = -0.8$ et $\mu_3 = -1.5$, nous avons $X = 0.8$ et $1/Y \approx 0.7$ et la condition (3.22) est bien vérifiée. Selon la relation de dispersion (3.19), la constante de propagation du mode de surface contra-propagatif est alors $\alpha = \alpha_0 = 1.2472k_0$. Un faisceau incident dans un prisme ($\varepsilon = 5$, $\mu = 1$), avec une incidence de 33.9° permet ainsi de l'exciter comme l'atteste la simulation présentée figure 3.14.

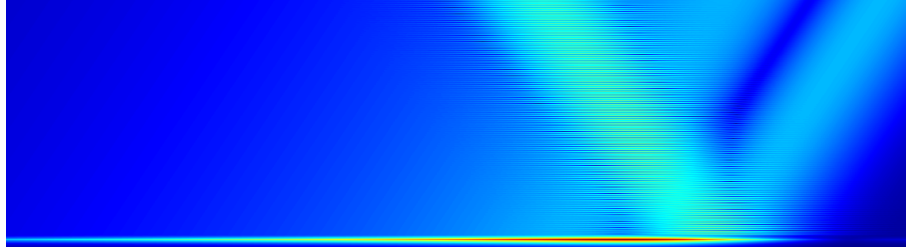


FIGURE 3.14 – *Mode de surface contra-propagatif excité à l'interface d'un milieu main-gauche ($\varepsilon_3 = -0.8$, $\mu_3 = -1.5$) et de l'air, par un faisceau incident (angle : 33.9° , waist : 10λ) dans un prisme ($\varepsilon = 5$, $\mu = 1$).*

Couplage avec un guide usuel

Une fois le mode guidé contra-propagatif déterminé, il nous reste à trouver un guide diélectrique usuel accordé, i.e. supportant un mode guidé pour la même constante de propagation α_0 . Grâce à la relation de dispersion du guide seul, en polarisation $H_{//}$, nous calculons l'épaisseur h_2 qu'une couche de diélectrique caractérisé par $\varepsilon_2 = 3$ et $\mu_2 = 1$ devra respecter. Nous obtenons $h_2 = 0.2854\lambda$. Toutes ces valeurs numériques seront conservées pour les exemples considérés dans ce paragraphe.

Étudions désormais la structure complète, formée du guide diélectrique couplé à l'interface air/milieu gaucher (Fig. 3.15). La distance de couplage, séparant les deux guides est notée h_1 . Nous avons obtenu l'-

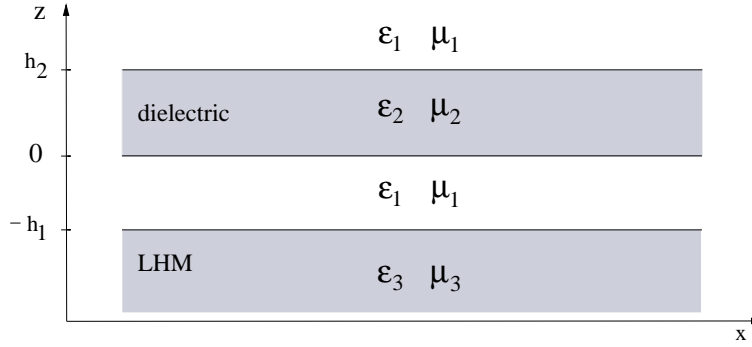


FIGURE 3.15 – Le guide diélectrique et la surface du milieu main-gauche sont séparés par une distance h_1 et plongés dans un milieu caractérisé par ε_1 et μ_1 .

expression analytique de la relation de dispersion de cette structure, en polarisation $H_{//}$ [Pollès et al., 2010a] :

$$x_2 \frac{[\exp(2j\gamma_2 h_2) + X_2][\exp(2\kappa_1 h_1) + X_3]}{[\exp(2j\gamma_2 h_2) - X_2][\exp(2\kappa_1 h_1) - X_3]} = -1, \quad (3.21)$$

où $x_i = \kappa_i \varepsilon_1 / \kappa_1 \varepsilon_i$ et $X_i = (1 - x_i) / (1 + x_i)$. La figure 3.16 représente les solutions de cette relation de dispersion (3.21), dans le plan complexe de α , pour différentes valeurs de h_1 . De la même façon que précédemment, lorsque la distance h_1 séparant les guides est suffisamment grande, les deux guides sont indépendants et la relation de dispersion (3.21) est vérifiée pour $\alpha = \alpha_0$. Mais quand h_1 décroît, les deux guides se couplent et deux solutions complexes conjuguées apparaissent. Par exemple, pour $h_1 = 0.8\lambda$, les solutions sont $\alpha = (1.2480 \pm 0.012785i)k_0$.

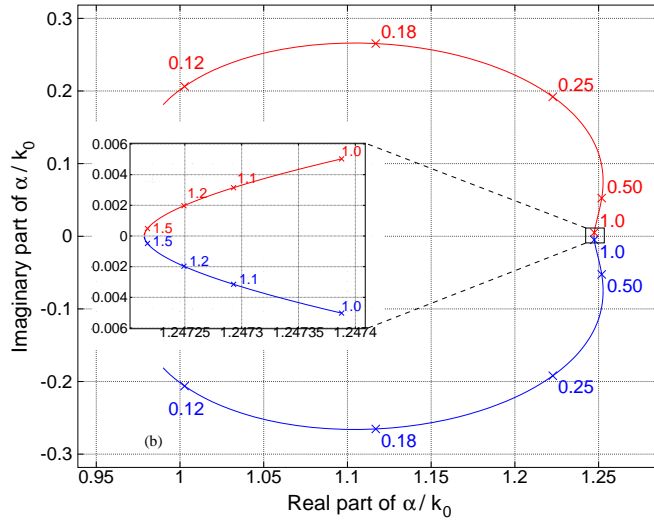


FIGURE 3.16 – Solutions de la relation de dispersion (3.21), dans le plan complexe de la constante de propagation α , pour différentes valeurs de h_1 (voir figure 3.15) exprimées en longueurs d'onde.

3.3 Structures réalistes capables de supporter une boucle de lumière

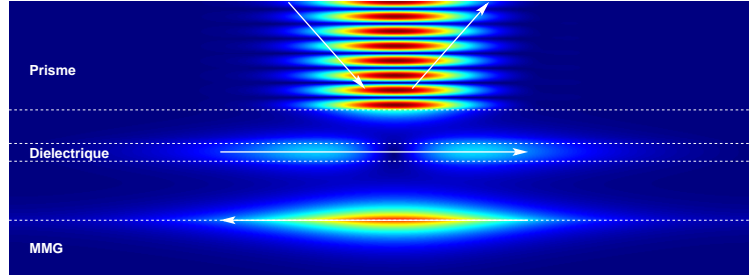


FIGURE 3.17 – Boucle de lumière excitée par un faisceau gaussien (angle d'incidence : 33.9° , waist : 10λ) incident dans un prisme ($\varepsilon = 5$, $\mu = 1$). La distance séparant le guide de la surface du milieu main-gauche est $h_1 = 0.8\lambda$.

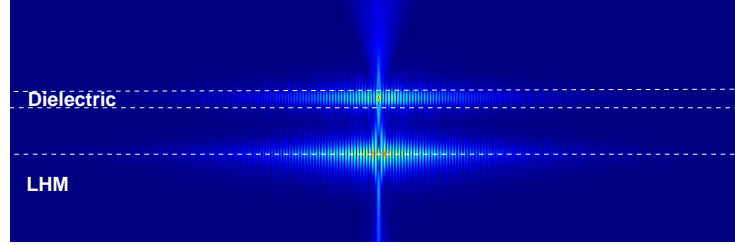


FIGURE 3.18 – Structure identique à celle de la figure 3.17, dans laquelle la boucle de lumière est ici excitée par une source ponctuelle située dans le guide diélectrique. Deux boucles de lumière contra-rotatives sont en réalité excitées et interfèrent.

Les figures 3.17 et 3.18 représentent la boucle de lumière excitée par un faisceau et par une source ponctuelle, respectivement. Comme nous l'avons déjà vu, plus le couplage est fort, plus la partie imaginaire des solutions est grande, et plus l'étendue spatiale de la boucle est faible. Toutefois, la figure 3.16 nous montre un comportement différent par rapport à la figure 3.2. Nous constatons en effet que la partie imaginaire de α présente un maximum, atteint pour un couplage fort, ici pour $h_1 = 0.17\lambda$. Ainsi la boucle de lumière est capable de confiner la lumière dans un région dont la longueur caractéristique minimale est $L = 2/\min(\Im(\alpha)) = 1.2\lambda$. La figure 3.19 représente la plus petite boucle de lumière possible, excitée par une source ponctuelle.

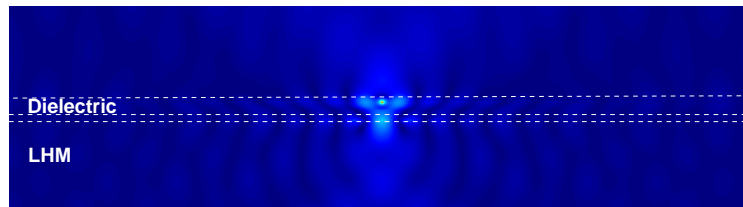


FIGURE 3.19 – Boucle de lumière excitée par une source ponctuelle située dans le guide diélectrique. La distance séparant le guide de la surface du milieu main-gauche est $h_1 = 0.17\lambda$.

Finalement, nous venons de voir qu'une boucle de lumière peut-être obtenue avec un mode de surface contra-propagatif à la surface d'un milieu main-gauche. La structure est alors plus simple, puisqu'elle comporte une interface de moins, mais la boucle de lumière conserve ses caractéristiques.

3.3.3 Un métal à la place du milieu main-gauche

Toujours dans le but de simplifier et de rendre plus réaliste la structure capable de supporter une boucle de lumière, nous envisageons dans ce paragraphe de remplacer le milieu main-gauche utilisé précédemment par un milieu dont seule la permittivité électrique est négative (MEN), mais dont la perméabilité magnétique est positive. C'est le cas des métaux nobles comme l'argent, l'or ou le cuivre, dans le domaine du visible, mais aussi de métamatériaux formés de simples tiges métalliques [Pendry et al., 1996]. En effet, des modes guidés contra-propagatifs existent dans un simple film métallique [Tournois and Laude, 1997] et ont trouvé diverses applications, dans la conception de lignes de transmissions optiques à l'échelle du nanomètre par exemple [Alù and Engheta, 2006, Wang et al., 2006].

Modes guidés d'un film métallique : des plasmons couplés ?

Nous avons vu au paragraphe 1.4.2, la condition d'existence d'un plasmon à l'interface entre un milieu diélectrique de permittivité $\varepsilon_1 > 0$ et un MEN de permittivité $\varepsilon_2 < 0$. Il faut que

$$|\varepsilon_1| < |\varepsilon_2| \quad (3.22)$$

soit vérifiée pour que la relation de dispersion

$$\frac{-\kappa_1}{\varepsilon_1} = \frac{\kappa_2}{\varepsilon_2} \quad (3.23)$$

admette une solution. Nous avons d'autre part conclu que si un plasmon existe à l'interface entre un milieu diélectrique et un MEN, il aura toujours le même sens de propagation. Un plasmon seul ne peut donc pas être contra-propagatif. Cela s'explique par le fait que pour un plasmon, le champ décroît plus vite dans le MEN que dans le milieu diélectrique puisque la permittivité la plus grande est nécessairement celle du MEN.

Considérons maintenant un film métallique, c'est-à-dire à deux interfaces air/métal susceptibles de supporter des plasmons. Si ces interfaces sont suffisamment proches, les plasmons se couplent, et si le champ à l'intérieur du métal est suffisamment renforcé, le mode guidé résultant peut devenir contra-propagatif. Nous verrons néanmoins qu'un film métallique peut supporter un mode guidé même si chacune de ses interfaces, prises séparément, ne supportent pas de plasmon (cas où $\varepsilon_1 > |\varepsilon_2|$). Nous appellerons ces modes des "modes de film métallique fin". Ils peuvent eux aussi devenir contra-propagatifs et c'est sur eux que les études ayant porté sur les modes contra-propagatifs des films métalliques [Alù and Engheta, 2006, Wang et al., 2006] se sont concentrées. Ces dernières ignorent d'ailleurs

3.3 Structures réalistes capables de supporter une boucle de lumière

l'existence de modes plasmons couplés contra-propagatifs, contrairement à Pierre Tournois et Vincent Laude [Tournois and Laude, 1997] dont la publication précise exactement leurs conditions d'obtention dans un film de métal.

Pour un film métallique, d'épaisseur h , en polarisation $H_{//}$, rappelons que les champs sont de la forme

$$\Phi_1(z) = A \exp(-\kappa_1 z) \quad (3.24)$$

$$\Phi_2(z) = C \exp(\kappa_2 z) + D \exp(-\kappa_2 z) \quad (3.25)$$

$$\Phi_3(z) = F \exp(\kappa_1 z), \quad (3.26)$$

et les conditions de continuités aux interfaces permettent d'obtenir les relations de dispersion suivantes, respectivement symétrique et antisymétrique :

$$\frac{\kappa_1}{\epsilon_1} = -\frac{\kappa_2}{\epsilon_2} \tanh\left(\frac{\kappa_2 h}{2}\right), \quad (3.27)$$

$$\frac{\kappa_1}{\epsilon_1} = -\frac{\kappa_2}{\epsilon_2} \coth\left(\frac{\kappa_2 h}{2}\right). \quad (3.28)$$

Lorsque l'on fait tendre h , la distance entre les interfaces du film métallique, vers l'infini nous retrouvons bien la relation de dispersion d'une seule interface (3.23).

Le sens de propagation du mode guidé est donnée par le signe du flux du vecteur de Poynting, dans la direction de propagation (axe Ox) :

$$\Pi = \int_{-\infty}^{+\infty} P_x dz = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha}{2\omega\epsilon} |H_y|^2 dz. \quad (3.29)$$

En considérant le mode symétrique, nous avons

$$\Pi = 2 \int_0^{+\infty} P_x dz, \quad (3.30)$$

soit

$$\Pi = \int_0^{+\infty} \frac{\alpha}{\omega\epsilon} |H_y|^2 dz, \quad (3.31)$$

avec $\epsilon = \epsilon_2$ pour $z < \frac{h}{2}$ et $\epsilon = \epsilon_1$ pour $z > \frac{h}{2}$. De plus, l'expression de H_y est de la forme donnée par (3.24) et (3.25), avec $C = D$ dans le cas du mode symétrique. Nous considérons séparément les flux dans la couche centrale et dans le milieu extérieur :

$$\Pi = \Pi_{in} + \Pi_{ext}. \quad (3.32)$$

Le flux dans le film métallique Π_{in} s'écrit alors

$$\Pi_{in} = \frac{4\alpha C^2}{\omega\epsilon_2} \int_0^{\frac{h}{2}} \cosh^2(\kappa_2 z) dz, \quad (3.33)$$

et après intégration,

$$\Pi_{in} = \frac{\alpha C^2 h}{\omega\epsilon_2} \left[\frac{\sinh(\kappa_2 h)}{2\kappa_2 h} + 1 \right] \quad (3.34)$$

De même, nous obtenons l'expression du flux dans le milieu extérieur :

$$\Pi_{ext} = \frac{\alpha A^2 h \exp(\kappa_1 h)}{\omega\epsilon_1 2\kappa_1 h}. \quad (3.35)$$

Comme $\epsilon_2 < 0$, alors $\Pi_{in} < 0$, ce qui signifie que l'énergie dans le métal se propage dans la direction des x décroissant. Au contraire, dans le milieu extérieur où $\epsilon_1 > 0$, l'énergie se propage dans la direction des x croissants. Pour étudier le sens de propagation du mode guidé, définissons le rapport $R = \left| \frac{\Pi_{in}}{\Pi_{ext}} \right|$ [Tournois and Laude, 1997], dont une expression est

$$R = \left| \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \right| \frac{\kappa_1 h}{2 \cosh^2(\kappa_2 h/2)} \left(\frac{\sinh(\kappa_2 h)}{\kappa_2 h} + 1 \right), \quad (3.36)$$

en faisant intervenir la relation entre A et C issue de la continuité du champ aux l'interfaces. Si R est supérieur à un, alors c'est le flux d'énergie à l'intérieur du métal qui est le plus important et le mode guidé est contra-propagatif. Nous avons tracé sur la figure 3.20 l'évolution de R pour différentes valeurs du rapport $|\epsilon_1/\epsilon_2|$, ainsi que, sur la figure 3.21, pour différentes valeurs de $|\epsilon_2|$, pour un rapport $|\epsilon_1/\epsilon_2|$ donné. Nous constatons que R prend des valeurs supérieures à 1 seulement lorsque $|\epsilon_1/\epsilon_2|$ est supérieur à 0.965, et ce quelle que soit la valeur de ϵ_2 . En effet, lorsque ϵ_2 varie (Fig. 3.21), la partie du spectre pour laquelle le mode est contra-propagatif change, mais la possibilité d'obtenir ou non un mode contra-propagatif pour des valeurs de permittivités données ne dépend que de leur rapport.

En remplaçant κ_1 dans (3.36) par son expression donnée par la relation de dispersion (3.27), R peut s'écrire

$$R = \left| \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \right|^2 \frac{\kappa_2 h \tanh(\kappa_2 h/2)}{2 \cosh^2(\kappa_2 h/2)} \left(\frac{\sinh(\kappa_2 h)}{\kappa_2 h} + 1 \right), \quad (3.37)$$

où le rapport ϵ_1/ϵ_2 intervient en préfacteur. La variable ϵ_2 n'intervient ailleurs que dans l'expression de $\kappa_2 = \sqrt{\alpha_2 - \epsilon_2(2\pi/\lambda)^2}$, ce qui nous permet d'écrire R sous la forme

$$R = \left| \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \right|^2 f(\lambda), \quad (3.38)$$

où f est une fonction de λ . Une particularité est que le paramètre ϵ_2 n'intervient dans l'expression de la fonction f que toujours associé à la variable λ , dans $\kappa_2 = \sqrt{\alpha_2 - \epsilon_2(2\pi/\lambda)^2}$. Ainsi une modification de ϵ_2 revient à une simple homothétie de la courbe représentative de f . Cette homothétie conserve l'intervalle image et par conséquent, le fait que R atteigne ou pas des valeurs supérieures à 1 sur une partie du spectre est indépendant de la valeur de ϵ_2 . Par contre, il dépend du préfacteur $|\epsilon_1/\epsilon_2|$.

3.3 Structures réalistes capables de supporter une boucle de lumière

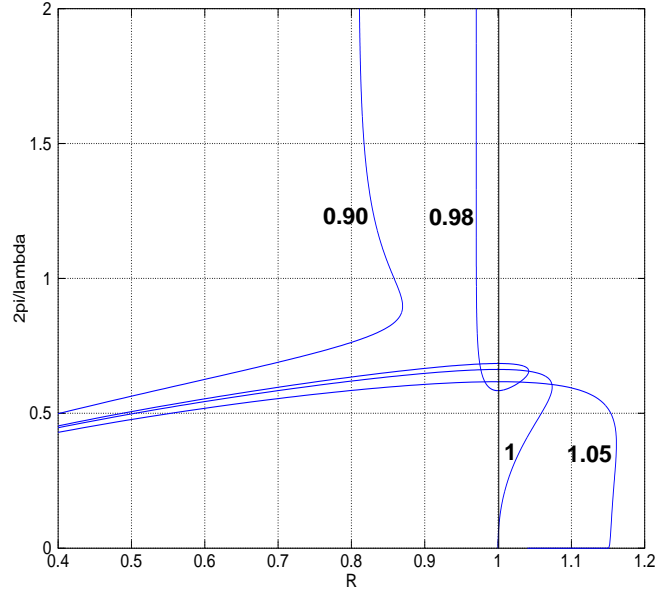


FIGURE 3.20 – Rapport R entre les flux d'énergie à l'intérieur et à l'extérieur de la couche métallique, pour différentes valeurs de $|\varepsilon_1/\varepsilon_2|$.

La figure 3.22 montre la courbe de dispersion pour les modes symétriques (3.27) d'un film de métallique pour différentes valeurs de $|\varepsilon_1/\varepsilon_2|$, autour de 0.965. Analysons d'abord le cas où $\varepsilon_1/|\varepsilon_2| < 1$, i.e. lorsque la condition plasmon est vérifiée. Pour des grandes valeurs de k_0 , soit des faibles longueurs d'onde, la courbe présente une asymptote oblique qui n'est autre que la relation de dispersion d'un plasmon non couplé (3.23) :

$$k_0 = \alpha \sqrt{\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2}}. \quad (3.39)$$

En effet, lorsque la longueur d'onde est très petite devant l'épaisseur h du film, les plasmons sur chacune des interfaces ne peuvent pas interagir et sont découplés. La pente de cette asymptote est d'autant plus faible que $|\varepsilon_1/\varepsilon_2|$ se rapproche de 1. D'autre part, pour des faibles valeurs de k_0 , la courbe de dispersion tend vers une seconde asymptote oblique, donnée par les paramètres du milieu extérieur dont l'équation est $k_0 = \alpha/\sqrt{\varepsilon_1}$. Cela correspond au cône de lumière. Entre ces deux extrémités, les modes guidés peuvent être interprétés comme issus du couplage entre les plasmons existant sur chacune des interfaces de la couche métallique, donnant naissance aux modes couplés symétrique et antisymétrique.

Dans la situation où $\varepsilon_1/|\varepsilon_2| \geq 1$, la courbe de dispersion présente une autre allure. La principale caractéristique est la présence d'une fréquence de coupure, au-delà de laquelle plus aucun mode guidé symétrique n'existe. Effectivement, dans la limite des grandes fréquences (i.e. lorsque l'épaisseur de la couche est grande devant la longueur d'onde), aucun mode de surface n'est possible puisque la condition plasmon n'est pas vérifiée. Les modes existant dans les basses fréquences ne peuvent alors pas être

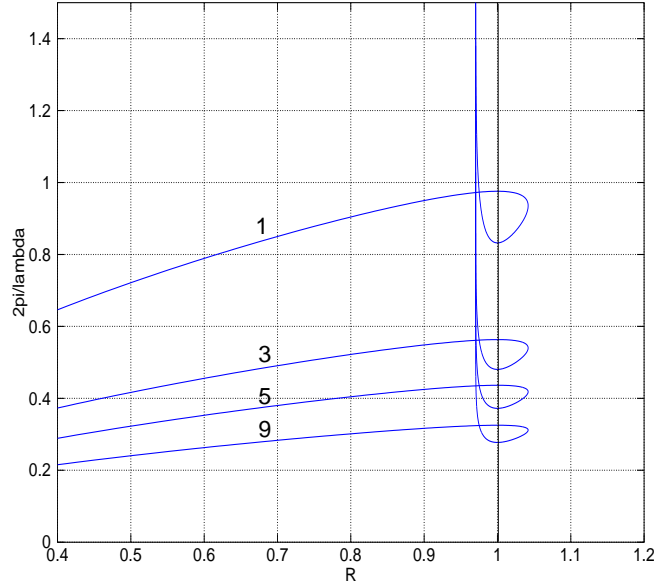


FIGURE 3.21 – Rapport R entre les flux d'énergie à l'intérieur et à l'extérieur de la couche métallique, pour différentes valeurs de $|\varepsilon_2|$, pour $|\varepsilon_1/\varepsilon_2| = 0.98$.

considérés comme des plasmons couplés, mais simplement comme des modes de film fin.

La relation de dispersion nous informe aussi sur le sens de propagation des modes guidés car sa dérivée est la vitesse de groupe

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}. \quad (3.40)$$

La vitesse de groupe est égale à la vitesse de propagation de l'énergie pour une onde se propageant dans un milieu linéaire, même dispersif [Bers, 2000]. Donc le vecteur de Poynting et la vitesse de groupe nous donnent les mêmes informations sur le caractère contra-propagatif ou non d'un mode guidé. Ainsi, lorsque la courbe de dispersion est décroissante, cela signifie que la vitesse de groupe est négative et que le mode guidé est alors contra-propagatif. Les figures 3.22, et 3.23 nous donnent les mêmes conclusions que nous avons précédemment obtenues en analysant les flux du vecteur de poynting : quelle que soit la valeur de ε_2 , des modes contrapropagatifs existent dans un film métallique si et seulement si $|\varepsilon_1/\varepsilon_2|$ est supérieur à 0.965.

Une boucle de lumière basée sur un guide métallique

Prenons une couche d'argent, dont la partie réelle de la permittivité ε_{Ag} varie de -4.4 à -31 entre 400 et 800 nm. Pour obtenir un mode contra-propagatif il faut que la permittivité ε_1 du milieu extérieur vérifie $\varepsilon_1 > 0.965|\varepsilon_2|$. Un problème rencontré dans le domaine du visible sera de trouver des milieux

3.3 Structures réalistes capables de supporter une boucle de lumière

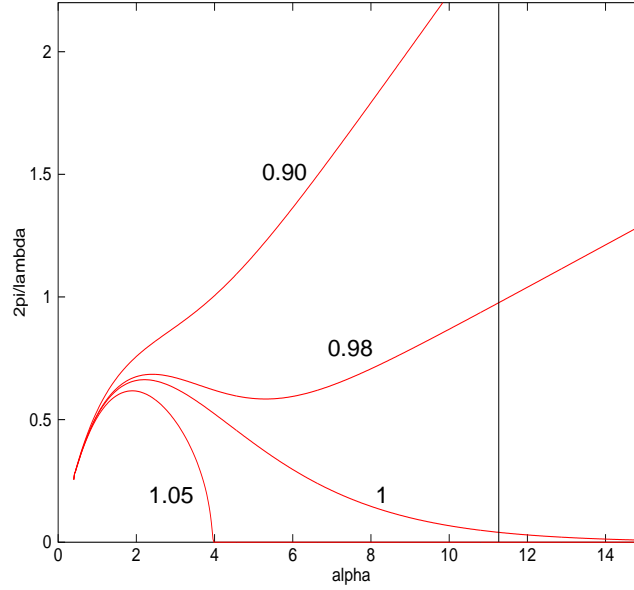


FIGURE 3.22 – Courbe de dispersion symétrique (3.27) d'un film métallique, pour différentes valeurs de $|\varepsilon_1/\varepsilon_2|$.

diélectriques aux permittivités suffisamment élevées car les permittivités des métaux y restent grandes. Nous pourrions nous tourner par exemple, vers le rutile (un oxyde de titane TiO_2) qui présente une permittivité très élevée, de l'ordre de 7 dans le visible. C'est aussi le cas du niobate de lithium ($LiNbO_3$) dont la permittivité est d'environ 5.5. Ainsi, dans les cas pratiques considérés, ε_1 sera limité et donc contraint à avoir une valeur proche de $|\varepsilon_2|$.

Prenons un exemple. À 400nm, la partie réelle de la permittivité de l'argent est $\varepsilon_{Ag} = -4.4$. Si nous prenons un milieu extérieur constitué par du niobate de lithium : $\varepsilon_1 = 5.5$. Nous avons $\varepsilon_1/|\varepsilon_2| = 1.25$ et des modes guidés contra-propagatifs sont donc possibles. La courbe de dispersion d'un tel film d'argent d'épaisseur unité ainsi que l'évolution de R sont représentés sur la figure 3.24. Les modes guidés sont contra-propagatifs (i.e. la courbe de dispersion est décroissante et $R > 1$) pour des valeurs de α comprises entre 1.27 et 2.24 et pour k_0 inférieur à 0.29.

Afin d'exciter un tel mode par couplage évanescent, un prisme doit être utilisé. Son indice n_p et l'angle d'incidence θ du faisceau sont déterminés de façon à avoir

$$\alpha = n_p k_0 \sin(\theta), \quad (3.41)$$

où α est la constante de propagation du mode guidé. Nous avons donc nécessairement

$$n_p > \frac{\alpha}{k_0}. \quad (3.42)$$

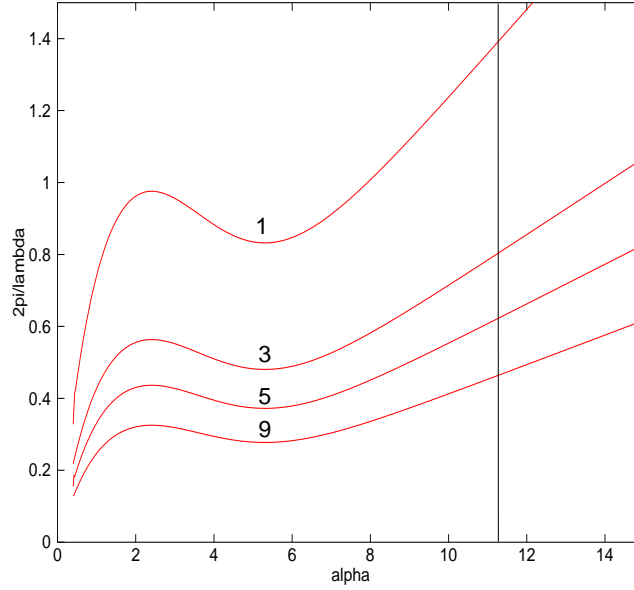


FIGURE 3.23 – Courbe de dispersion symétrique (3.27) d'un film métallique, pour différentes valeurs de ε_2 , pour $|\varepsilon_1/\varepsilon_2|$ fixé à 0.98.

Nous serons là aussi limités à des modes guidés dont le rapport α/k_0 n'est pas trop élevé afin que l'indice du prisme nécessaire à l'excitation par un faisceau ne soit pas trop élevé. Dans notre exemple, on doit avoir

$$n_p > \frac{1.27}{0.29} = 4.4. \quad (3.43)$$

Ainsi, si nous choisissons le mode guidé pour $\alpha = 6.59k_0$, un prisme d'indice $n_p = 7$ (de l'ordre de l'indice du rutile), convient. L'angle d'incidence du faisceau incident doit être de $\arcsin(\alpha/k_0) = 70.3^\circ$. La simulation est présentée sur la figure 3.25. Pour former la boucle de lumière, il ne reste plus qu'à coupler le film d'argent avec un guide d'onde diélectrique supportant un mode guidé usuel. La figure 3.26 illustre l'exemple considéré : la couche d'argent, plongée dans du niobate de lithium est couplée avec un guide diélectrique de rutile ($\varepsilon = 49$, $\mu = 1$). La boucle est excitée par un faisceau incident dans un prisme de rutile ($\varepsilon = 49$).

Prendre comme exemple un film d'argent à 400nm nous permet d'avoir une partie réelle de la permittivité ε_{Ag} suffisamment faible et ainsi le milieu extérieur, le prisme et le guide diélectrique n'ont pas besoin d'avoir des permittivités trop élevées. Cependant, un problème se pose alors concernant les pertes. En effet, l'argent est absorbant à ces faibles longueurs d'ondes. Cela se traduit par une partie imaginaire de ε_{Ag} assez élevée : $\varepsilon_{Ag} = -4.4 + 0.21i$. L'absorption est alors trop importante pour permettre à la boucle de lumière de se développer. Il paraît par conséquent impossible d'envisager l'utilisation d'un guide métallique [Pollès et al., 2009].

3.3 Structures réalistes capables de supporter une boucle de lumière

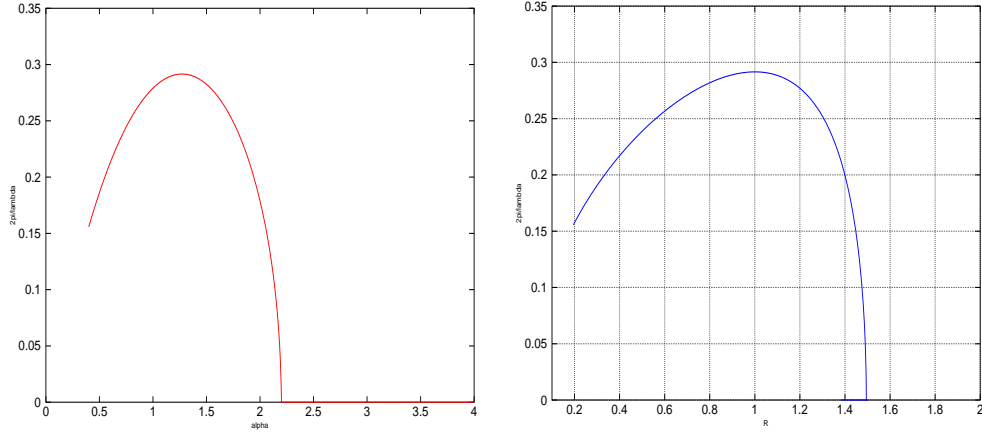


FIGURE 3.24 – Courbe de dispersion d’une couche d’argent ($\epsilon_{Ag} = -5.51$ à 420 nm) d’épaisseur unité, entourée de niobate de lithium ($\epsilon_1 = 5.5$).

Nous pourrions aussi nous tourner vers des métamatériaux à permittivité ϵ négative. Constitués par des structures plus simples que les métamatériaux à indice négatif, ils nous permettraient d’obtenir des permittivités négatives de valeur suffisamment faibles pour des fréquences inférieures (GHz, THz). Avant l’apparition du grand intérêt pour les métamatériaux à indice négatif, il a été montré qu’un arrangement périodique de fils métalliques se comporte comme un plasma [Pendry et al., 1996, Pendry et al., 1998]. L’avantage est que les pertes et la fréquence de plasma peuvent être contrôlées.

Ainsi, il est par exemple possible de considérer une couche de MEN de permittivité $\epsilon = -0.5$, plongée dans un milieu extérieur caractérisé par $\epsilon = 5$, supportant un mode contra-propagatif comme le montre la figure 3.27. Le couplage avec un guide usuel est simulé sur la figure 3.28, où la boucle de lumière est excitée par un faisceau incident dans un prisme d’indice $n_p = 2.2$.

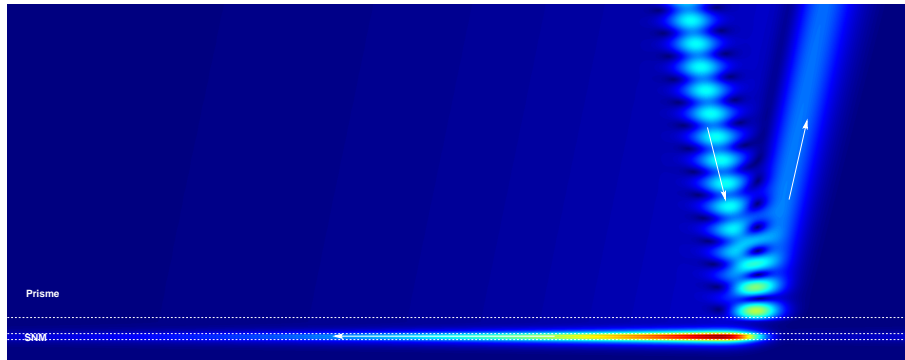


FIGURE 3.27 – Mode de film fin contra-propagatif excité par couplage évanescent par un faisceau incident (angle d’incidence : 64.6° , waist : 5λ) dans un prisme ($\epsilon = 5$, $\mu = 1$). Le MEN est caractérisé par $\epsilon = -0.5$, $\mu = 1$, $h_1 = 0.057\lambda$ et le milieu extérieur par $\epsilon = 1.1$ et $\mu = 1$.

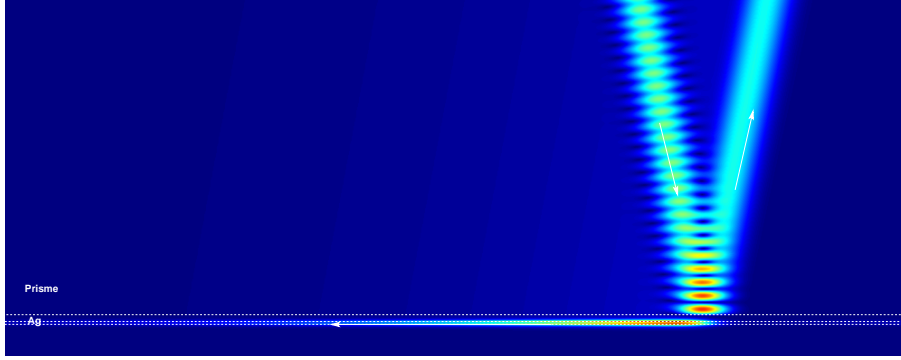


FIGURE 3.25 – Mode contra-propagatif dans une couche d’argent, excitée par couplage évanescent par un faisceau incident (angle d’incidence : 70.3° , waist : 5λ) dans un prisme de rutile ($\varepsilon = 49$, $\mu = 1$). Le film d’argent est caractérisé par sa permittivité à 420nm $\varepsilon = -4.4$ et son épaisseur $h_1 = 0.041\lambda$. Il est plongé dans du niobate de lithium ($\varepsilon = 5.5$ et $\mu = 1$).

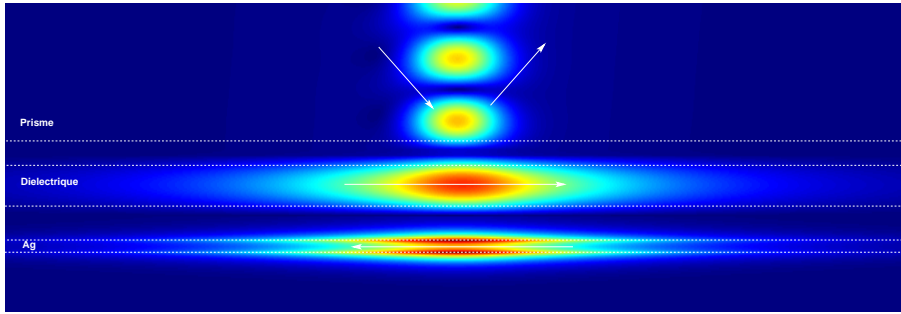


FIGURE 3.26 – Boucle de lumière excitée par couplage évanescent par un faisceau incident (angle d’incidence : 70.3° , waist : 5λ) dans un prisme ($\varepsilon = 49$, $\mu = 1$). Le guide supérieur, constitué d’un milieu diélectrique ($\varepsilon = 49$, $\mu = 1$, $h_1 = 0.206\lambda$), et le guide inférieur, constitué par de l’argent ($\varepsilon = -4.4$, $\mu = 1$, $h_1 = 0.041\lambda$), sont séparés d’une distance $h_1 = 0.08\lambda$ et entourés d’un milieu extérieur caractérisé par $\varepsilon = 5.5$ et $\mu = 1$.

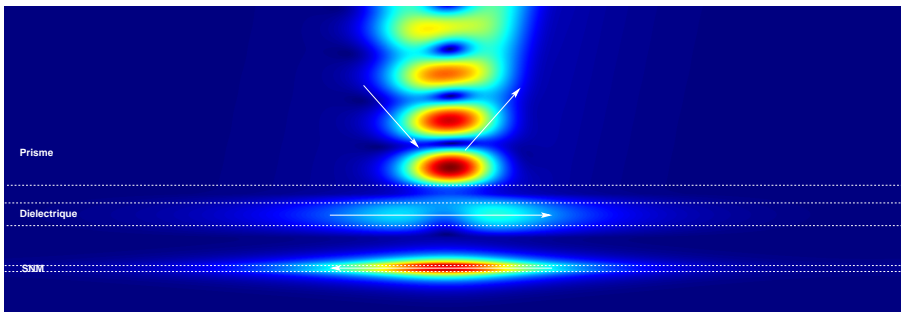


FIGURE 3.28 – Boucle de lumière excitée par couplage évanescent par un faisceau incident (angle d’incidence : 64.6° , waist : 5λ) dans un prisme ($\varepsilon = 5$, $\mu = 1$). Le guide supérieur, constitué d’un milieu diélectrique ($\varepsilon = 5$, $\mu = 1$, $h_1 = 0.48\lambda$), et le guide inférieur, constitué par un MEN ($\varepsilon = -0.5$, $\mu = 1$, $h_1 = 0.057\lambda$), sont séparés d’une distance $h_1 = 0.3\lambda$ et entourés d’un milieu extérieur caractérisé par $\varepsilon = 1.1$ et $\mu = 1$.

3.3 Structures réalistes capables de supporter une boucle de lumière

3.3.4 Une structure entièrement diélectrique

Une structure entièrement diélectrique supportant une boucle de lumière a été décrite dans [Ye et al., 2009]. Elle est basée sur le couplage contra-directionnel entre un guide diélectrique usuel et une couche de cristal photonique 1D. La structure considérée est schématisée sur la figure 3.29. Il s'agit d'un guide diélectrique de permittivité ε_2 et d'épaisseur W_2 , séparé d'une couche de cristal 1D, d'épaisseur W_1 , par une distance d . Le cristal photonique 1D est formé par une alternance de couches d'air (d'épaisseurs d_1) et de couches de diélectrique de permittivité $\varepsilon_1 = 13$ (d'épaisseurs d_2). Le tout est plongé dans l'air.

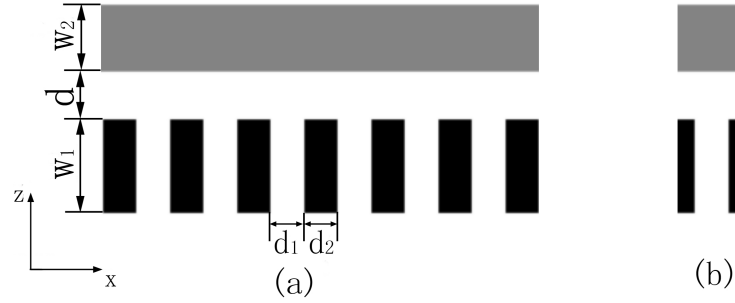


FIGURE 3.29 – (a) Le guide diélectrique et la couche de cristal photonique sont séparés par une distance d . (b) Cellule élémentaire. Pour les exemples numériques, nous avons $d_1 = 0.5a$, $d_2 = 0.5a$, $W_1 = 1.4a$ et $W_2 = 1.2a$ [Ye et al., 2009].

Considérons tout d'abord les deux guides séparément. Leurs relations de dispersion sont représentées sur la figure 3.30, extraite de [Ye et al., 2009]. La courbe rouge concernant le guide diélectrique coupe la courbe bleue correspondant à la couche de cristal au point A , les guides sont alors accordés. En ce point les pentes des deux courbes considérées sont de signes opposés ce qui signifie que les vitesses de groupes v_g selon l'axe Ox sont de sens contraires. Ainsi, si l'on approche les deux guides l'un de l'autre, les deux modes guidés seront couplés de façon contra-directionnelle.

Mais il est important de bien noter la différence entre les couplages contra-directionnels étudiés jusqu'ici et ce couplage mettant en jeu une couche de cristal photonique 1D [Ye et al., 2009]. Ici, c'est un mode de Bloch qui possède une vitesse de groupe négative. Sa décomposition en ondes planes fait apparaître deux ondes ondes propagatives correspondant aux points A et A' de la figure 3.30. Toutes deux ont des vitesses de groupe négatives rendant celle du mode de Bloch également négative. La figure 3.31 montre l'excitation de ce mode de Bloch par couplage évanescent, rendant manifeste son caractère contrapropagatif. Pour mettre en évidence la présence des composantes A et A' , nous avons ajouté sous le guide un prisme identique à celui dans lequel arrive le faisceau incident. De cette façon, les deux composantes, évanescentes dans l'air, se retrouvent propagatives dans le prisme dans lequel elle fuit. La première présente une composante horizontale de son vecteur d'onde k_A positive et se propage dans l'air vers la droite mais comme $k_{A'}$ est négatif, la seconde se propage vers la gauche. Cette situation est

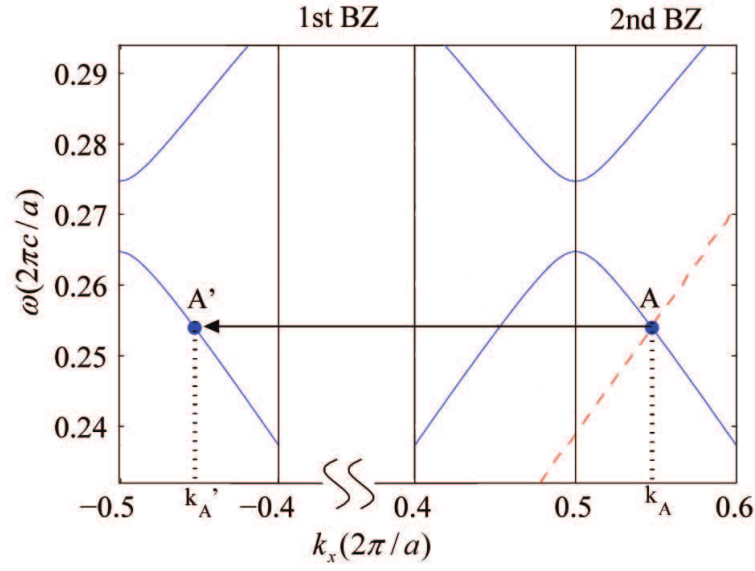


FIGURE 3.30 – Relations de dispersion des deux guides pris séparément. La courbe bleue correspond à la couche de cristal photonique, la courbe rouge correspond au guide diélectrique. Cette figure est extraite de l'article [Ye et al., 2009].

présentée sur la figure 3.32.

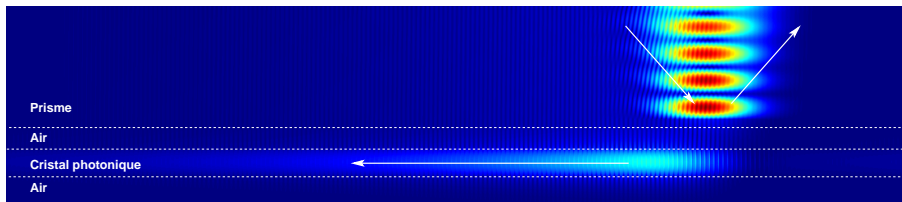


FIGURE 3.31 – Mode guidé contra-propagatif dans une couche de cristal photonique, excitée par couplage évanescence par un faisceau incident (angle d'incidence : 47° , waist : 5λ) dans un prisme ($\varepsilon = 9$, $\mu = 1$).

3.4 Application à la mise en forme de faisceau

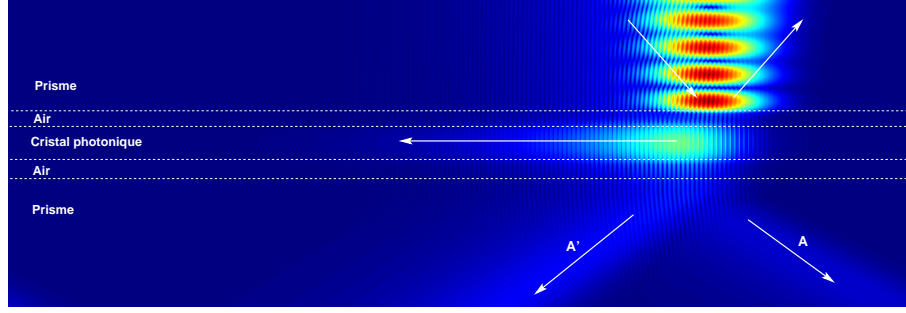


FIGURE 3.32 – *Mode guidé contra-propagatif dans une couche de cristal photonique, excitée par couplage évanescent par un faisceau incident, identique à la figure 3.31 mais avec un prisme disposé sous la structure. Les composantes A et A' du mode de Bloch excité dans le guide sont séparées et bien visibles dans le prisme inférieur.*

La boucle de lumière excitée par couplage évanescent est simulée sur la figure 3.33. Un faisceau gaussien provenant d'un prisme de permittivité $\varepsilon = 9$ avec une incidence de 47° est utilisé. Une caractéristique qui la différencie des boucles de lumières précédentes est l'absence de zone sombre dans le guide supérieur, sous le faisceau incident.

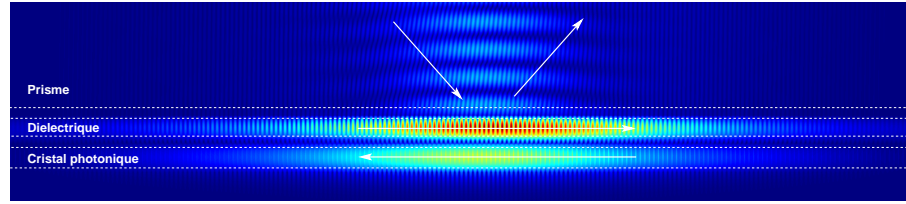


FIGURE 3.33 – *Boucle de lumière excitée par couplage évanescent par un faisceau incident (angle d'incidence : 47° , waist : 5λ) dans un prisme ($\varepsilon = 9$, $\mu = 1$). Le guide supérieur, constitué d'un milieu diélectrique ($\varepsilon = 7.29$, $\mu = 1$, $h_1 = 0.3\lambda$), et le guide inférieur, constitué par un cristal photonique, sont séparés d'une distance $h_1 = 0.05\lambda$ et entourés par de l'air ($\varepsilon = 1$, $\mu = 1$).*

3.4 Application à la mise en forme de faisceau

Dans la deuxième section de ce chapitre, nous avons développé et validé un modèle qui nous a fourni une description analytique des profils du champ à l'intérieur d'une structure supportant une boucle de lumière. De la même manière qu'il est possible d'injecter de la lumière dans cette structure par couplage évanescent, il est possible d'en extraire et ainsi d'obtenir un faisceau transmis. Son profil est alors directement lié à la distribution du champ décrite par notre modèle. Ces résultats nous permettent donc d'envisager une application des boucles de lumière pour la mise en forme de faisceau.

Reprenons la structure décrite sur la figure 3.1 et excitée sur par couplage évanescent grâce à un prisme disposé au dessus (Fig. 3.3). En approchant par dessous un milieu de haut indice dans lequel la lumière est propagative, une transmission de lumière à travers la structure est permise. Le faisceau transmis, extrait par couplage évanescent à partir du guide inférieur, aura un profil déterminé par la distribution du champ de la boucle de lumière dans ce guide. La figure 3.34 illustre une telle situation. La figure 3.35

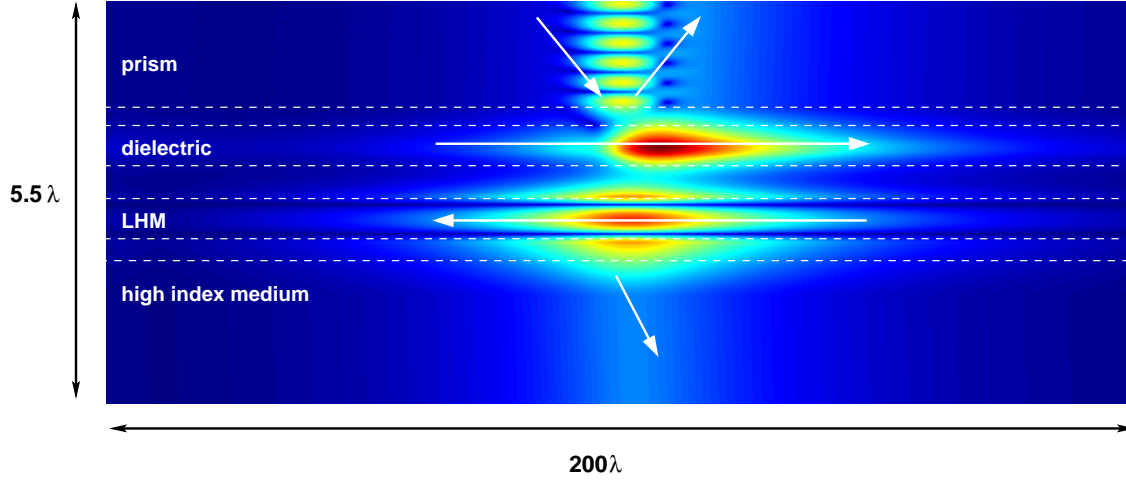


FIGURE 3.34 – Un milieu de fort indice (un prisme) est placé sous la structure supportant la boucle de lumière (identique à celle de la figure 3.3, permettant la transmission d'un faisceau).

permet de comparer les profils des faisceaux incident et transmis. Nous constatons que le faisceau transmis est plus large que le faisceau incident. D'autre part, sa forme est différente, c'est-à-dire qu'elle n'est pas gaussienne. En effet, le faisceau transmis est très bien décrit par le modèle précédemment développé. Le module du champ dans le guide inférieur est donné par (3.11) :

$$B(x) = S_0 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \exp\left(\frac{\kappa^2 w^2}{4} - i\frac{\pi}{2}\right) \times \left[-\exp(-|\kappa|x) \operatorname{erfc}\left(-\frac{x}{w} + \frac{|\kappa|w}{2}\right) + \exp(\kappa x) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{w} + \frac{|\kappa|w}{2}\right) \right],$$

où κ est le coefficient de couplage entre les deux guides qui dépend de la distance h qui les sépare. Cette expression décrit le faisceau extrait du guide par couplage évanescent, dans l'approximation d'un faible couplage, en affectant l'amplitude S_0 d'un coefficient de transmission t . Le profil du faisceau transmis s'écrit alors

$$B_t(x) = tS_0 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \exp\left(\frac{\kappa^2 w^2}{4} - i\frac{\pi}{2}\right) \times \left[-\exp(-|\kappa|x) \operatorname{erfc}\left(-\frac{x}{w} + \frac{|\kappa|w}{2}\right) + \exp(\kappa x) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{w} + \frac{|\kappa|w}{2}\right) \right].$$

La courbe rouge de la figure 3.35 décrit très bien le profil du faisceau transmis (courbe verte). La différence entre les deux courbes est due aux fuites qui ne sont pas prise en compte ici.

Comme nous l'avons noté précédemment, le modèle met en évidence que la distance h séparant les deux guides couplés est un paramètre crucial qui contrôle l'étendue spatiale de la boucle de lumière, par l'intermédiaire du coefficient de couplage κ . En présence d'un faisceau transmis, c'est la largeur de ce

3.4 Application à la mise en forme de faisceau

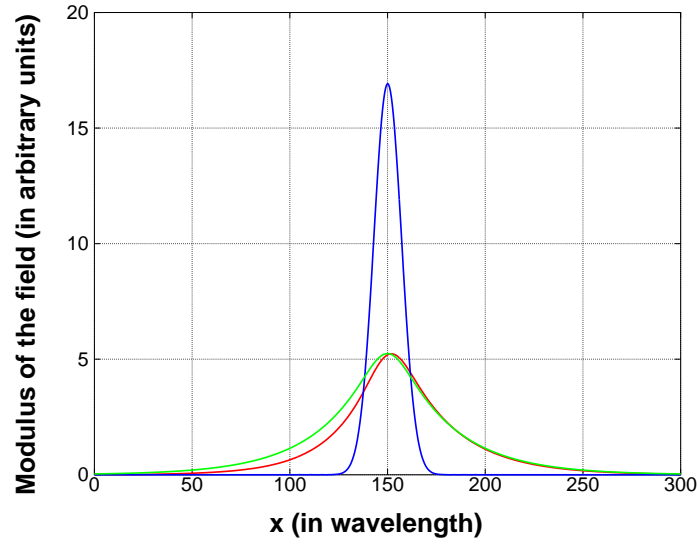


FIGURE 3.35 – Dans le cas présenté sur la figure 3.34, distribution du champ du faisceau incident (courbe bleue), du faisceau transmis donné par le simulation (courbe rouge) et par la théorie (courbe verte). La largeur du faisceau incident est de 10λ , alors que celle du faisceau transmis est de 20λ .

faisceau qui sera donc contrôlée par la distance h . De plus, insistons sur le fait que quelle que soit la valeur de h , et donc de la force du couplage, les deux guides restent parfaitement accordés. La figure 3.36 met en évidence l'influence de la distance de couplage h sur la taille du faisceau transmis. Nous voyons que, pour un faisceau incident dont le waist est de 10λ , la largeur du faisceau transmis passe de 20λ à 70λ lorsque h varie de 0.55λ à 0.85λ . Plus la distance entre les guides est grande, plus la boucle de lumière est étendue et par conséquent plus le faisceau transmis est large. Bien sûr, si h est trop importante, les guides se découplent et le coefficient de réflexion se rapproche de 1. Cela apparaît sur la figure 3.36, le coefficient de réflexion n'est pas constant lorsque la valeur de h évolue.

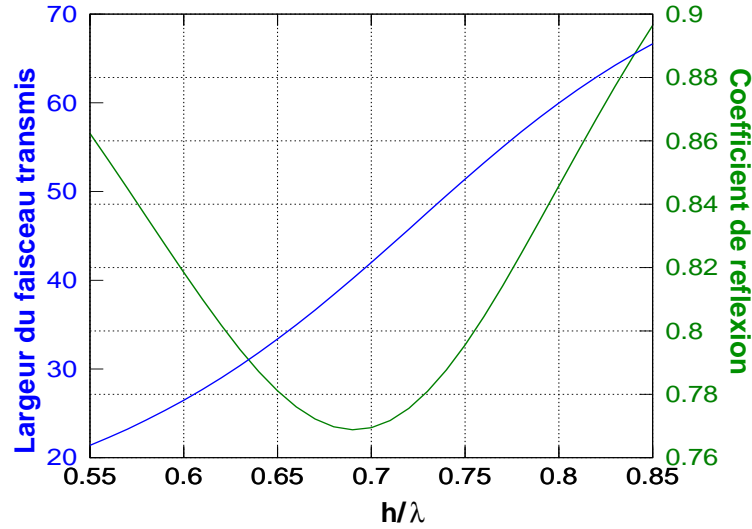


FIGURE 3.36 – Dans le cas présenté sur la figure 3.34, évolution de la largeur du faisceau transmis (courbe bleue) et du coefficient de réflexion (courbe verte) en fonction de la distance de couplage h entre les deux guides d'onde. La largeur du faisceau incident est de 10λ .

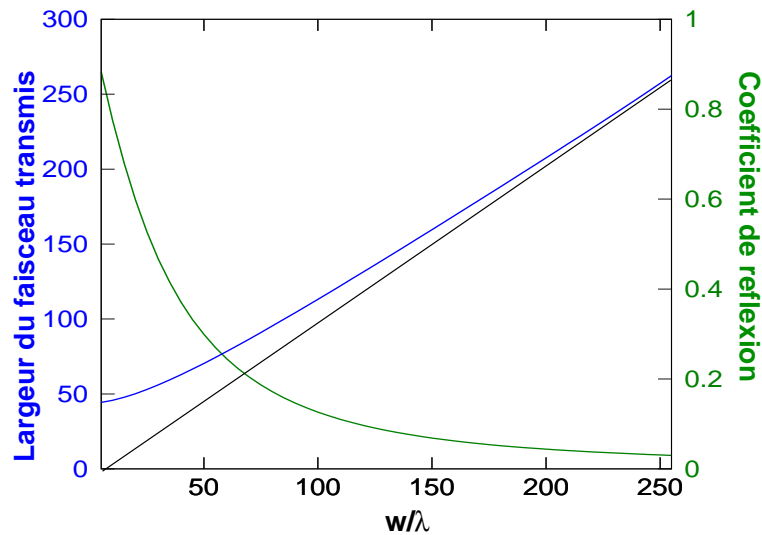


FIGURE 3.37 – Dans le cas présenté sur la figure 3.34, évolution de la largeur du faisceau transmis (courbe bleue) et du coefficient de réflexion (courbe verte) en fonction de la largeur du faisceau incident. La distance entre les deux guides est $h = 0.7\lambda$.

Les différentes structures capables de supporter une boucle de lumière proposées précédemment sont toutes aptes à être utilisées comme élargisseur de faisceau, mis à part celle, entièrement diélectrique, faisant intervenir un cristal photonique 1D. En effet, comme nous l'avons mis en évidence à l'aide de

3.4 Application à la mise en forme de faisceau

la figure 3.32, le mode de Bloch mis en jeu est composé de plusieurs ordres susceptibles de devenir propagatifs dans le milieu de sortie. De la même manière que le ferait un réseau de diffraction, plusieurs faisceaux seront transmis.

Si une boucle de lumière élargit des faisceaux étroits (de quelques dizaines de longueurs d'onde), elle est incapable d'élargir des faisceaux dont la largeur est de plusieurs centaines de longueurs d'onde. La figure 3.37 montre en effet que la largeur du faisceau transmis tend vers celle du faisceau incident lorsque cette dernière augmente. Par exemple, un faisceau incident de waist égal à 100λ n'est élargi que d'environ 18%, un faisceau incident de waist 200λ seulement de 5%. Pour l'élargir davantage, il faudrait une distance h très grande conduisant à un découplage des deux guides. Une solution en cours d'étude est de disposer, l'une au dessus de l'autre, plusieurs boucles de lumière comme illustré sur la figure 3.38 où sont superposées 10 structures identiques à celle de la figure 3.34. Le faisceau incident excite une première boucle dans les deux premiers guides couplés, qui en excite une seconde dans les deux guides suivants et ainsi de suite. Chaque boucle est plus large que la précédente et finalement le faisceau transmis est élargi. Cette simulation suggère que l'élargissement sera d'autant plus important que le nombre de boucles excitée sera grand. L'étude d'une superposition d'un nombre très important (plusieurs centaines) de structures supportant une boucle de lumière est en cours. On se ramène alors à l'étude d'un cristal photonique 1D alternant des milieux main-droite et main-gauche. La résonance correspondant à l'excitation des boucles de lumières (Fig. 3.39) correspond alors à un état passant singulier qu'il reste à caractériser.

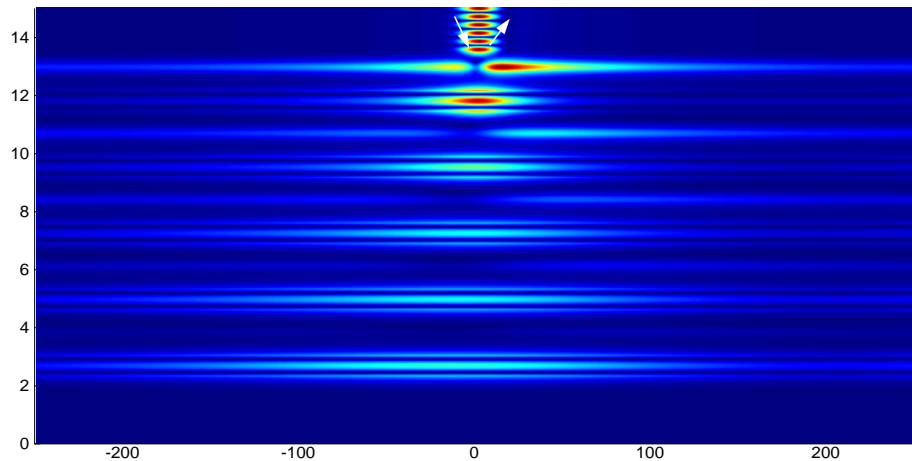


FIGURE 3.38 – Cinq boucles de lumières sont excitées dans cinq structures identiques à celle de la figure 3.34, i.e. un guide diélectrique couplé à un guide gaucher, superposées et séparées par des épaisseurs de 0.6λ d'air. Le faisceau incident à un waist égal à 10λ .

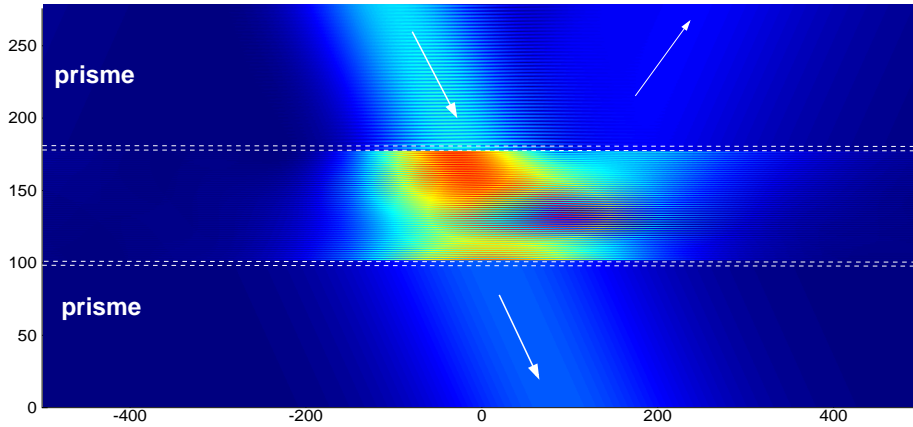


FIGURE 3.39 – Cinquante périodes d’un cristal photonique 1D formé par un empilement de structures identiques à celle de la figure 3.34, i.e. un guide diélectrique couplé à un guide gaucher, superposées et séparées par des épaisseurs de 0.3λ d’air. Le faisceau incident à un waist égal à 100λ , celui du faisceau transmis est de 170λ .

Finalement, nous avons montré que deux guides couplés pouvaient être considérés comme un dispositif élargisseur de faisceau extrêmement fin. Notre modèle analytique décrit le profil du faisceau transmis dont la largeur est modifiable en changeant simplement la distance de couplage entre les deux guides.

3.5 Conclusion

Dans ce Chapitre nous avons étudié le phénomène résonant appelé boucle de lumière. Ce mode exotique, né du couplage contra-directionnel entre deux modes guidés de deux couches distinctes, est constitué de deux modes conjugués dont les caractéristiques ont été mises en évidence à l’aide de la relation de dispersion de la structure et d’une analyse de ces solutions. Leur excitation simultanée par un faisceau ou par une source ponctuelle a été simulée.

Nous avons développé un modèle basé sur l’application de la théorie des modes couplés à l’excitation de la boucle de lumière par couplage évanescent. Nous avons ainsi obtenu une description analytique très précise de la distribution du champ dans les deux guides couplés. Mais ce modèle nous a aussi permis une compréhension plus profonde du phénomène de boucle de lumière et de ses caractéristiques fondamentales, dont la surprenante zone sombre présente juste sous le faisceau incident. Ce modèle, dont les prédictions ont été validées par simulation, est très général et s’applique aux différents types de boucles de lumière décrits dans ce chapitre. En particulier, il peut prendre en compte le caractère

absorbant des milieux.

Puis, notre objectif a été de montrer la variété de structures pouvant être le siège d'une boucle de lumière. Dans les différentes situations considérées, il a fallu trouver un guide supportant un mode guidé contra-propagatif. Une interface entre un milieu droitier et un milieu gaucher, une couche de milieu de permittivité négative, puis une couche de cristal photonique ont ainsi été considérées. Cela nous permet de conclure notamment que l'on peut se passer de milieu main-gauche pour obtenir une boucle de lumière. L'utilisation d'une simple couche de métal a été envisagée, mais s'est révélée peu réaliste à causes de pertes par absorption trop importantes. Toutefois les mêmes types de modes contra-propagatifs existent dans une couche de métamatériau dont seule la permittivité ou seule la perméabilité est négative. C'est d'ailleurs avec ce type de métamatériau qu'une structure supportant une boucle de lumière pourrait être le plus facilement réalisée expérimentalement, dans le domaine des micro-ondes. D'un autre côté, nous avons vu comment un guide entièrement diélectrique constitué par un cristal photonique 1D pouvait donner naissance à une boucle de lumière, par l'intermédiaire d'un mode de Bloch contra-propagatif. L'utilisation d'une couche de cristal photonique 2D est en cours d'étude.

Enfin, nous avons montré comment une structure supportant une boucle de lumière peut être utilisée pour modifier la forme d'un faisceau. Deux simples guides couplés constituent un dispositif élargisseur de faisceau très fin et modulable en modifiant juste la distance qui les sépare. L'objet de prochaines études sera de caractériser le mode de transmission singulier apparaissant dans un cristal photonique 1D formé par un empilement de structures supportant une boucle de lumière.

Dans le chapitre suivant, nous nous intéressons justement à un cristal constitué par une alternance de milieux mains-gauche et main-droite. Nous nous pencherons sur le cas particulier où l'indice moyen du cristal est nul. Dans le cadre de prochains travaux, il pourrait être curieux de s'intéresser au comportement de la résonance boucle de lumière dans cette situation.

Chapitre 4

Cristaux photoniques d'indice moyen nul

Sommaire

4.1	Bandes interdites dans des structures périodiques infinies	97
4.2	Bande interdite zéro-\bar{n} dans une structure de taille finie	98
4.3	Effet de la dispersion sur les modes de résonance Fabry-Perot	99
4.3.1	Les limites de la bande interdite zéro- \bar{n}	99
4.3.2	Au voisinage de la condition $\bar{n} = 0$	101
4.3.3	La bande interdite et les résonances Fabry-Perot quand le milieu main-gauche est dispersif	103
4.3.4	Un pic de transmission étroit reste possible	104
4.4	Mise en forme de faisceau	105
4.4.1	Théorie de la propagation de faisceau	106
4.4.2	Auto-collimation	108
4.4.3	Focalisation	110
4.5	Conclusion	111

Un cristal photonique 1D, constitué par un empilement périodique de couches de matériaux usuels, est connu pour générer des bandes interdites photoniques en formant un réseau de Bragg. Avec l'arrivée des matériaux main-gauche aux propriétés non conventionnelles, leur étude trouve un tout nouvel intérêt. En effet, une structure périodique alternant des matériaux d'indices positif et négatif, peut présenter une bande interdite photonique d'un nouveau genre, aux caractéristiques bien différentes d'une bande interdite de Bragg. Une bande interdite omnidirectionnelle, insensible à la période de l'empilement, au désordre et à la polarisation apparaît lorsque l'indice de réfraction moyen de la structure est nul [Nefedov and Tretyakov, 2002, Li et al., 2003, Bria et al., 2004]. Cette bande interdite, nommée bande interdite zéro- \bar{n} (zero- \bar{n} gap), a été mise en évidence expérimentalement avec un empilement comprenant un métamatériau "double S" [Chen et al., 2005] dont l'indice prend des valeurs négatives (entre -1.5 et -2.8) dans le domaine du GHz [Yuan et al., 2006]. D'autres validations expérimentales ont été mises

en oeuvre dans le proche infra-rouge, avec des cristaux photoniques 2D simulant des milieux d'indice négatif [Kocaman et al., 2009, Mocella et al., 2009].

Dans cette bande interdite, d'intrigants pics de transmissions ont été prédits théoriquement [Li et al., 2003, Nefedov and Tretyakov, 2002]. Ils n'ont toujours pas été observés expérimentalement mais présentent des propriétés peu conventionnelles. En effet, contrairement aux modes résonnants dus à la présence d'un défaut dans le cristal qui se comporte comme une cavité, les modes résonnants du cristal d'indice moyen nul sont totalement délocalisés sur toute la structure [Panoiu et al., 2006].

D'autre part, les cristaux photoniques d'indice moyen nul ont montré des propriétés intéressantes pour la mise en forme de faisceau [Shadrivov et al., 2009] et plus particulièrement, l'auto-collimation [Mocella et al., 2009]. Ce dernier effet a été mis en évidence à l'aide d'une structure consistant en un arrangement périodique de lentilles plates d'indice -1 [Pendry, 2000] (mimées par un cristal photonique) et de couches d'air. Un faisceau gaussien s'y propage alors sur plusieurs millimètres sans subir d'étalement, sa divergence dans les couches d'air étant parfaitement compensée par la convergence induite par les couches de cristal photonique. Mais il faut bien noter que dans cette expérience, des modes de Bloch ont été rendus propagatifs en quittant très légèrement la condition $\bar{n} = 0$. Il ne s'agit pas de modes résonnants se trouvant dans la bande interdite zéro- \bar{n} .

Le travail présenté dans ce chapitre a été réalisé avec Emmanuel Centeno et Julien Arlandis qui, dans le cadre du projet ANR CLAC (Cavité Laser à Auto-Collimation), étudient l'auto-collimation dans les cristaux photoniques avec pour objectif de les intégrer dans une cavité laser. L'auto-collimation peut être obtenue en utilisant un cristal 2D [Kosaka et al., 1999], ou bien en alternant deux types de cristaux, le faisceau divergeant dans l'un et reconvergeant dans l'autre [Mocella et al., 2009]. Un point remarquable est qu'un comportement équivalent du faisceau peut être obtenu dans une alternance de milieux homogènes d'indices positif et négatif. Aussi, pour appréhender les phénomènes complexes rencontrés lors des simulations FDTD de structures 2D, il était intéressant d'étudier plus fondamentalement la propagation d'un faisceau dans un cristal 1D formé par un empilement de couches homogènes dont l'indice moyen est nul. Les calculs analytiques et les simulations rigoureuses [Krayzel et al., 2010] qui peuvent être menés sont alors des outils précieux.

Après avoir présenté les conditions d'obtention et les principales caractéristiques de la "bande interdite zéro- \bar{n} ", nous nous intéresserons à l'influence de la dispersion du métamatériau sur les modes de transmission qu'elle présente. Ensuite, nous verrons comment ces modes de transmission peuvent être utilisés pour modeler un faisceau.

4.1 Bandes interdites dans des structures périodiques infinies

Considérons un cristal photonique 1D constitué de deux milieux. Leurs permittivités respectives sont notées ε_1 et ε_2 , leurs perméabilités sont μ_1 et μ_2 . Le cristal est formé par un empilement périodique et infini de couches d'épaisseurs d_1 et d_2 et d'indices respectifs $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1\mu_1}$ et $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2\mu_2}$. Les constantes de propagation κ des ondes de Bloch autorisées dans cette structure sont données par l'équation de dispersion [Joannopoulos et al., 2008] :

$$\cos(\kappa D) = \cos(\bar{n}k_0 D) - \frac{(\eta_1 - \eta_2)^2}{2\eta_1\eta_2} \sin(n_1 k_0 d_1) \sin(n_2 k_0 d_2), \quad (4.1)$$

où $D = d_1 + d_2$ est la période du cristal, $\bar{n} = (n_1 d_1 + n_2 d_2)/D$ l'indice moyen du cristal, k_0 le vecteur d'onde dans le vide et $\eta_i = \sqrt{\mu_i/\varepsilon_i}$ l'impédance du milieu i .

Dans la suite, nous écarterons le cas particulier pour lequel les milieux ont la même impédance, i.e. $\eta_1 = \eta_2$. En effet, dans ce cas la relation de dispersion se résume à

$$\kappa D = \bar{n}k_0 D, \quad (4.2)$$

et le cristal se comporte alors comme un milieu homogène d'indice \bar{n} . Il ne présente donc aucune bande interdite.

Dans le cas général, avec $\eta_1 \neq \eta_2$, lorsque $\bar{n}k_0 D = m\pi$, où $m \in \mathbb{Z}$, nous avons $n_2 k_0 d_2 = m\pi - n_1 k_0 d_1$ et l'équation (4.1) devient donc

$$\cos(\kappa D) = 1 + \frac{(\eta_1 - \eta_2)^2}{2\eta_1\eta_2} \sin^2(n_1 k_0 d_1). \quad (4.3)$$

Comme

$$\left| 1 + \frac{(\eta_1 - \eta_2)^2}{2\eta_1\eta_2} \sin^2(n_1 k_0 d_1) \right| \geq 1, \quad (4.4)$$

l'équation (4.3) n'admet donc aucune solution réelle pour κ , hormis pour $n_1 k_0 d_1$ multiple de π . Aucun mode de Bloch n'est capable de se propager dans le cristal. Ceci est la condition de Bragg des cristaux photoniques conventionnels. Elle est vérifiée pour différents vecteurs d'onde k_0 , donnant lieu à des bandes interdites de Bragg. Une explication interférentielle du phénomène de réflexion totale sur un cristal vérifiant la condition de Bragg peut-être proposée. Dans les deux milieux dont le cristal est composé, l'onde électromagnétique est propagative, mais chaque fois qu'elle rencontre une interface, elle subit une réflexion partielle. Si la structure est globalement réfléchissante, c'est parce que toutes les ondes réfléchies par les interfaces successives se retrouvent en phase et se renforcent, alors que toutes les ondes transmises se retrouvent en opposition de phase et s'anihilent en interférant destructivement.

Cependant, si un des milieux formant le cristal est main-gauche (i.e. $n_2 < 0$), une configuration supplémentaire est possible : celle correspondant à $\bar{n} = 0$. Supposons que ce soit le cas du milieu 2,

nous avons alors la permittivité ε_2 et la perméabilité μ_2 simultanément négatives et l'indice optique n_2 devient négatif grâce à sa nouvelle définition : $n_2 = -\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}$. Les équations (4.3) et (4.4) sont toujours vérifiées, impliquant aussi une bande interdite. Si de plus les milieux ne sont pas dispersifs, la condition $\bar{n} = 0$ est remplie pour toutes les longueurs d'onde, et le cristal possède alors une bande interdite sur tout le spectre, contrairement aux bandes de Bragg qui sont limitées spectralement. Tout le spectre, sauf quand

$$n_1 k_0 d_1 = m\pi, \quad (4.5)$$

où $m \in \mathbb{N}$, i.e. sauf pour les longueurs d'ondes

$$\Lambda_m = 2n_1 d_1 / m. \quad (4.6)$$

Remarquons que $\bar{n} = 0$ implique $n_1 d_1 = |n_2| d_2$, nous pouvons ainsi noter $\Lambda_m = 2|n_2| d_2 / m$. À ces longueurs d'onde singulières, correspondant à la condition Fabry-Perot (4.5), des modes résonants, que nous appellerons "modes résonants Fabry-Perot", permettent à la lumière de se propager. Nous pouvons également apporter une vision interférentielle de ce phénomène analogue à celle donnée pour le miroir de Bragg. Lorsque l'indice moyen de la structure est nul, toutes les ondes réfléchies sont en phase, et interfèrent constructivement, alors que toutes les ondes transmises sont en opposition de phase, et s'annihilent. La réflexion est alors totale. Mais, lorsque la condition Fabry-Perot (4.5) se produit, c'est le contraire et toutes les ondes transmises se renforcent produisant une transmission totale.

Pour observer ce phénomène, considérons un cristal photonique constitué de milieux non dispersifs, dont les propriétés sont choisies de façon à avoir $\bar{n} = 0$. Par exemple, si nous prenons $n_1 = 1$ et $n_2 = -2$, nous devons alors avoir $d_1 = 2d_2$. La figure 4.1a représente $\cos(\kappa D)$ donné par la relation de dispersion (4.1) pour le cristal infini, en fonction de la fréquence réduite D/λ . Nous pouvons constater que $\cos(\kappa D) > 1$ sauf pour $D/\lambda = D/\Lambda_m$. Ici, $\Lambda_m = 4d_2/m$ et $D = 3d_2$, nous avons donc $D/\Lambda_m = (3/4)m$. Hormis en ces valeurs singulières, aucune solution réelle pour κ n'est donc permise, conformément à ce que nous avons conclu précédemment.

4.2 Bande interdite zéro- \bar{n} dans une structure de taille finie

Maintenant, intéressons nous à un cristal fini, constitué par un nombre N de périodes. La figure 4.1b montre le coefficient de réflexion du cristal, pour différentes valeurs de N . La structure est réfléchissante, mais présente des pics de transmission d'autant plus étroits que le nombre de période est élevé, pour les fréquences réduites D/Λ_m [Nefedov and Tretyakov, 2002]. Pour un nombre de périodes suffisamment élevé, le cristal se comporte ainsi comme un filtre passe-bande très sélectif.

Il est important de noter que pour des fréquences plus petites que D/Λ_1 , il n'y a plus aucun mode de transmission, le cristal est un réflecteur parfait.

4.3 Effet de la dispersion sur les modes de résonance Fabry-Perot

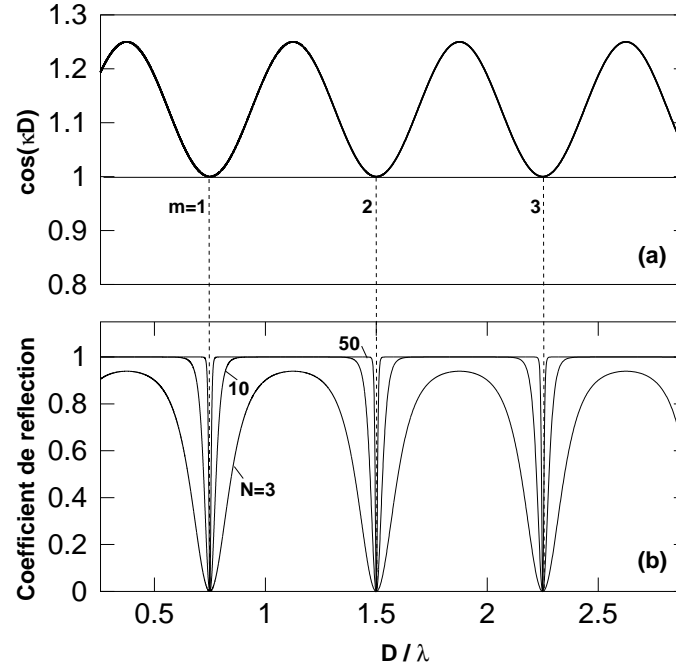


FIGURE 4.1 – (a) $\cos(\kappa D)$, donné par la relation de dispersion (4.1) et (b) coefficient de réflexion d'un cristal photonique de dimension finie, en fonction de la fréquence réduite D/λ . Le cristal photonique de période D est composé de deux milieux caractérisés par $n_1 = 1$, $n_2 = -2$ et $d_2 = 2d_1$. Différents nombres de périodes sont considérés, $N = 3, 10, 50$.

4.3 Effet de la dispersion sur les modes de résonance Fabry-Perot

Les métamatériaux réels étant nécessairement dispersifs, nous pouvons légitimement nous demander ce qu'il adviendrait alors de la bande interdite zéro- \bar{n} . Les modes résonnants Fabry-Perot sont-ils des artefacts dus aux irréalistes milieux non dispersifs considérés, comme le suggère la référence [Li et al., 2003] ? Dans ce qui suit, nous allons tâcher de rendre compte de l'effet de la dispersion sur la bande interdite et ses pics étroits de transmission. La conséquence principale de la présence d'un milieu dispersif est que la condition $\bar{n} = 0$ n'est alors plus satisfaite que pour une seule longueur d'onde. La bande interdite zéro- \bar{n} va alors être limitée spectralement autour de celle-ci. Nous allons nous intéresser aux limites de cette bande, et aux modifications que subissent les modes résonnants FP à cause de la dispersion.

4.3.1 Les limites de la bande interdite zéro- \bar{n}

Nous nous intéressons maintenant au cristal précédent mais dont le métamatériau main-gauche est dispersif. L'introduction d'un caractère dispersif pour le milieu 1 nous mènerait à une étude analogue

et aux mêmes conclusions. En première approximation, nous choisissons une variation linéaire de son indice n_2 autour de λ_0 , en prenant

$$n_2(\lambda) = n_2^0 + \Delta n_2(\lambda), \quad (4.7)$$

où

$$\Delta n_2(\lambda) = C(\lambda - \lambda_0) \quad (4.8)$$

s'annule à la longueur d'onde λ_0 , pour laquelle la condition $\bar{n} = 0$ est vérifiée, soit $n_1 d_1 + n_2^0 d_2 = 0$. La constante C est fixée arbitrairement. Plus la valeur de C est importante, plus l'indice n_2 du métamatériau varie rapidement avec λ , et donc plus le milieu est dispersif.

Le rôle de la dispersion sur la bande interdite zéro- \bar{n} a déjà été étudié [Silvestre et al., 2009]. Notamment, les limites de la bande interdite ont été reliées directement aux variations des permittivité $\bar{\epsilon}$ et perméabilité $\bar{\mu}$ moyennes du cristal. Silvestre et al. ont montré que, *dans la limite des faibles fréquences*, i.e. $n_1 k_0 d_1 \ll 1$ et $n_2 k_0 d_2 \ll 1$, et en incidence normale, ces limites sont données par les fréquences pour lesquelles

$$\bar{\epsilon} = 0, \quad (4.9)$$

et

$$\bar{\mu} = 0. \quad (4.10)$$

Nous avons repris le cristal décrit sur la figure 4.1, mais avec l'indice n_2 dépendant de la longueur d'onde (4.7). Pour des indices n_1 et n_2 de l'ordre de l'unité, la condition $D/\lambda_0 \ll 1$ implique $n_1 k_0 d_1 \ll 1$ et $n_2 k_0 d_2 \ll 1$. Pour se situer dans la limite des faibles fréquences, nous avons donc choisi une fréquence D/λ_0 , pour laquelle $\bar{n} = 0$, suffisamment petite pour avoir $D/\lambda_0 \ll 1$. D'autre part, la dispersion a été prise assez élevée, i.e. C pris assez grand, pour restreindre la bande interdite zéro- \bar{n} et donc notre domaine d'étude autour de D/λ_0 . Ainsi, sur la figure 4.2b, le coefficient de réflexion montre une bande interdite limitée spectralement, autour de la fréquence D/λ_0 . En regardant la figure 4.2a qui montre les variations des paramètres constitutifs $\bar{\epsilon}$, $\bar{\mu}$ et \bar{n} , nous pouvons retrouver les résultats publiés par Silvestre et al., concernant les limites de la bande interdite zéro- \bar{n} . La bande n'est pas centrée sur la fréquence pour laquelle $\bar{n} = 0$, mais ses limites correspondent bien aux équations (4.9) et (4.10).

En conclusion, lorsqu'un milieu composant le cristal photonique est dispersif, la bande interdite zéro- \bar{n} est limitée autour de la fréquence pour laquelle $\bar{n} = 0$. Les limites de cette bande sont fixées par les paramètres constitutifs moyens de la structure. Cependant, cette étude est restreinte au domaine des faibles fréquences ($D/\lambda \ll 1$) dans lequel ne se trouvent pas les modes résonnants Fabry-Perot. En effet, le premier d'entre eux se trouve à la fréquence $D/\Lambda_1 = D/2n_1 d_1$ dont l'ordre de grandeur est l'unité.

Dans la suite, nous nous intéressons aux effets de la dispersion pour des fréquences réduites plus élevées, dans le domaine d'existence des modes résonnants. Nous ne sommes donc plus dans le domaine de validité de l'étude précédente et de nouveaux phénomènes seront donc à prendre en compte.

4.3 Effet de la dispersion sur les modes de résonance Fabry-Perot

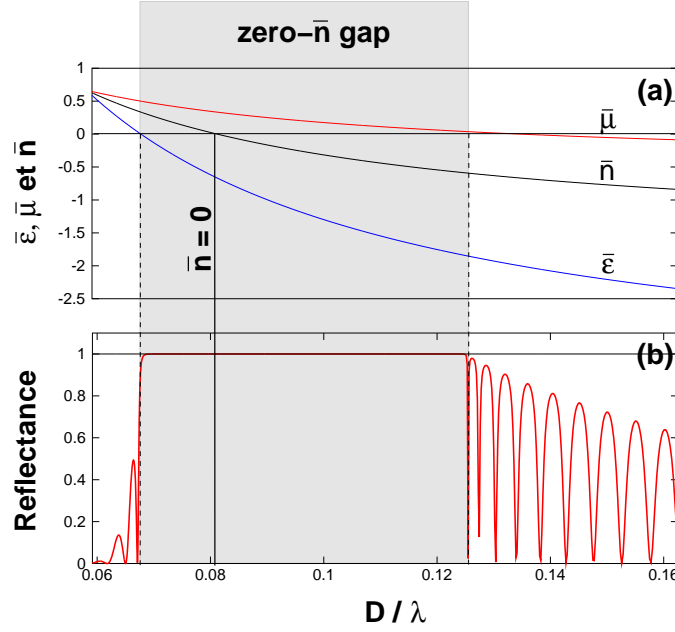


FIGURE 4.2 – (a) Paramètres constitutifs moyens du cristal photonique. (b) Coefficient de réflexion d'une structure comptant 50 périodes. Les paramètres du cristal photonique sont : $n_1 = 1$, $n_2^0 = -2$, $\eta_1 = 1$, $\eta_2 = 0.5$, $d_1 = 2D/3$, $d_2 = D/3$, $D = 0.08\lambda_0$ et $C = 5/\lambda_0$.

4.3.2 Au voisinage de la condition $\bar{n} = 0$

Pour étudier comportement des modes Fabry-Perot quand le métamatériau main-gauche est dispersif, et donc que l'indice moyen \bar{n} n'est nul que pour une seule fréquence, commençons par regarder ce qu'il se passe lorsque la condition $\bar{n} = 0$ n'est plus tout à fait vérifiée.

Considérons le cristal photonique d'indice moyen nul décrit à la figure 4.1, notons n_2^0 la valeur de l'indice n_2 du métamatériau vérifiant $n_1 d_1 + n_2^0 d_2 = 0$ et prenons

$$n_2 = n_2^0 + \Delta n_2, \quad (4.11)$$

avec Δn_2 constant et $\Delta n_2 \ll n_2^0$.

Nous allons développer la relation de dispersion (4.1) du cristal infini, au voisinage des modes Fabry-Perot, i.e. pour $n_1 k_0 d_1$ proche de $m\pi$ (4.5). Pour cela, posons $x_m = n_1 k_0 d_1 - m\pi$ et écrivons un développement limité de l'équation (4.1), au voisinage de $x_m = 0$. On obtient alors

$$\cos(\kappa D) \simeq 1 + \Gamma x^2 + \Gamma \Delta n_2 k_0 d_2 x - (\Delta n_2 k_0 d_2)^2 / 2, \quad (4.12)$$

où $\Gamma = (\eta_1^2 + \eta_2^2) / (2\eta_1 \eta_2) - 1$. Il apparaît d'après l'équation (4.12) que $\cos(\kappa D)$ est inférieur à 1 au voisinage de $x_m = 0$, autorisant ainsi une bande passante autour des conditions Fabry-Perot. Sur la figure 4.3a, le développement de $\cos(\kappa D)$ est représenté pour $\Delta n_2 = 0$ (condition $\bar{n} = 0$ parfaitement

vérifiée) (courbe noire) et pour $\Delta n_2 = 0.06$ (courbe bleue). Nous pouvons voir l'élargissement des bandes de transmission sur la figure 4.3b, correspondant à des valeurs de $\cos(\kappa D)$ inférieures à 1.

Les limites de ces bandes sont définies par les points pour lesquels $\cos(\kappa D) = 1$, soit

$$x_{m,1,2} = \frac{\Delta n_2 k_0 d_2}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2}{\Gamma - 1}} \right), \quad (4.13)$$

ce qui correspond aux des longueurs d'ondes limites

$$\lambda_{m,1,2} = \frac{2n_1 d_1 + \Delta n_2 d_2 \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2}{\Gamma - 1}} \right)}{m}. \quad (4.14)$$

La largeur spectrale de la bande passante $\Delta_m \lambda = \lambda_{m,2} - \lambda_{m,1}$ ouverte s'exprime donc

$$\Delta_m \lambda = \frac{2\Delta n_2 d_2 \sqrt{1 + \frac{2}{\Gamma - 1}}}{m}. \quad (4.15)$$

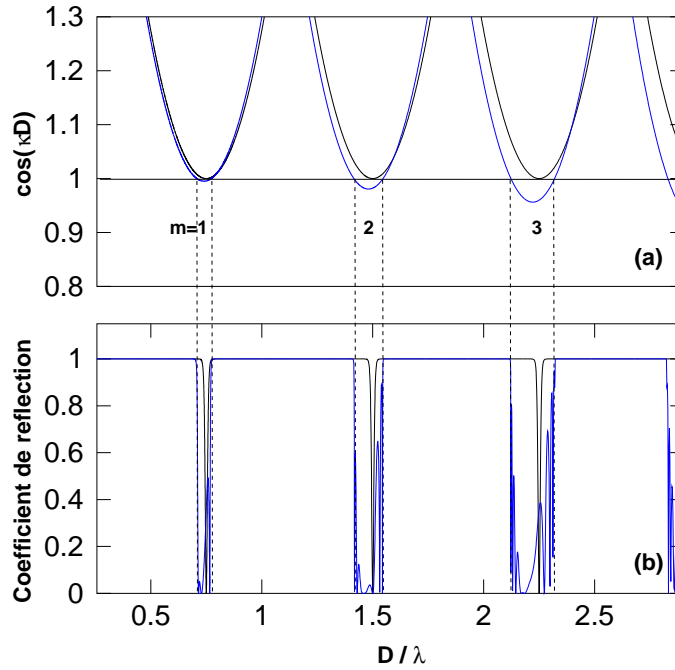


FIGURE 4.3 – (a) Développement limité de $\cos(\kappa D)$, donné par l'équation (4.12) pour $m = 1, 2, 3$. (b) Coefficient de réflexion de la structure décrite à la figure 4.1 mais avec $n_2 = n_2^0 + \Delta n_2$ où $n_2^0 = -2$. Courbes noires : $\Delta n_2 = 0$, courbes bleues : $\Delta n_2 = 0.06$.

Finalement, quand l'indice moyen du cristal photonique est différent de zéro, mais qu'il reste très faible, la bande interdite zéro- \bar{n} est toujours présente sur l'ensemble du spectre. Par contre, les modes résonnants Fabry-Perot produisent des bandes de transmission à la place de pics étroits. La largeur spectrale de ces bandes est d'autant plus importante que l'on s'éloigne de la condition $\bar{n} = 0$, c'est-à-dire que

4.3 Effet de la dispersion sur les modes de résonance Fabry-Perot

l'on augmente Δn_2 . De plus, pour une valeur de Δn_2 donnée, la bande est d'autant plus large que m est élevé.

4.3.3 La bande interdite et les résonances Fabry-Perot quand le milieu main-gauche est dispersif

Étant donné les conclusions précédentes, si l'on considère maintenant un métamatériau main-gauche dispersif, nous nous attendons à une bande interdite zéro- \bar{n} limitée et un élargissement des résonances Fabry-Perot.

Reprenons le cristal photonique dont le milieu 2 est dispersif (équation (4.7)). La constante C est fixée à $0.5/\lambda_0$, ce qui représente une dispersion faible. Nous verrons par la suite le cas d'une dispersion forte.

L'expression approchée donnée par l'équation (4.12) est toujours valable, traduisant la présence de bandes de transmission à la place des pics étroits, mais la largeur spectrale des bandes s'exprime maintenant par

$$\Delta_m \lambda = \frac{mA (\eta_2^2 - \eta_1^2) (\lambda_0 - \Lambda_m)}{A^2 \eta_2 \eta_1 - m (A + m) (\eta_2 - \eta_1)^2}, \quad (4.16)$$

où $A = 2d_2 C$. Ces résultats sont illustrés par la figure 4.4a, sur laquelle nous voyons que $\cos(\kappa D) < 1$ sur une bande spectrale, autour de chaque résonance, d'autant plus large que l'on est éloigné de la condition $\bar{n} = 0$ (conformément aux conclusions du paragraphe précédent). Sur la figure 4.4, nous constatons par ailleurs la présence de la bande interdite zéro- \bar{n} , limitée autour de la fréquence pour laquelle $\bar{n} = 0$. Les première et troisième bandes de transmission sont trop larges pour être comprises dans la bande interdite zéro- \bar{n} , elles en définissent les limites supérieure et inférieure, comme on peut le voir sur la figure 4.4. Par contre, la deuxième bande de transmission, proche de la condition $\bar{n} = 0$, reste étroite par rapport à la bande interdite zéro- \bar{n} qui l'entoure.

Toutefois, si la dispersion du métamatériau main-gauche est plus marquée, i.e. la valeur de la constante C est plus élevée, les bandes voisines de la condition $\bar{n} = 0$ s'élargissent encore. Elles modifient l'étendue de la bande interdite zéro- \bar{n} , et peuvent même la faire disparaître complètement. C'est ce que nous montrons sur la figure 4.5, qui correspond au même cristal que celui de la figure 4.4 mais dont nous avons augmenté la dispersion en augmentant la valeur de C . Les première et deuxième bandes se sont tellement élargies qu'elles se rejoignent. La bande interdite zéro- \bar{n} est alors réduite et sa limite inférieure est définie par la deuxième bande, et non plus par la première.

Finalement, lorsque nous prenons en compte la dispersion dans le cristal d'indice moyen nul, l'extension spectrale de la bande interdite zéro- \bar{n} est contrôlée par l'élargissement des modes résonnants Fabry-Perot. Ce ne sont plus les variations de $\bar{\epsilon}$ et $\bar{\mu}$ qui en fixent les limites, comme dans la limite des faibles fréquences [Silvestre et al., 2009]. Nous le voyons sur la figure 4.6, $\bar{\epsilon}$ s'annule pour une fréquence

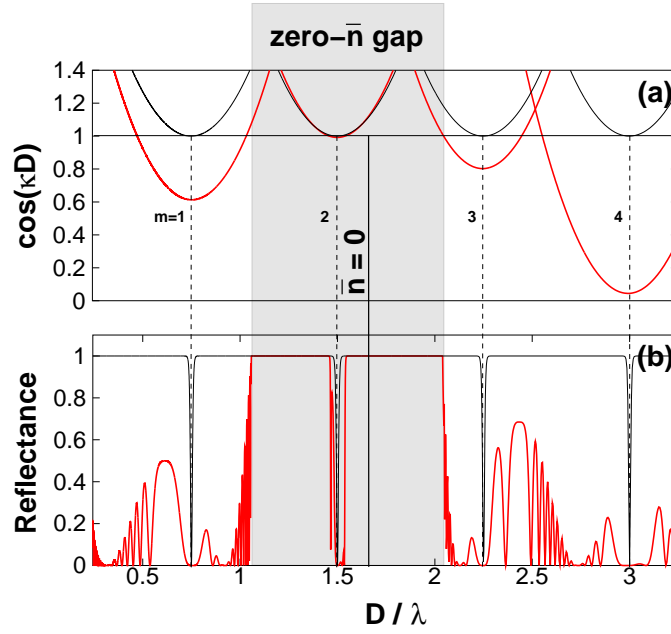


FIGURE 4.4 – (a) Développements limités de la relation de dispersion donnés par l'équation (4.12), pour $m=1,2,3,4$. (b) Coefficient réflexion d'une structure formée de 50 périodes. Les paramètres de la structure sont : $n_1 = 1$, $n_2^0 = -2$, $\eta_1 = 1$, $\eta_2 = 0.5$, $d_1 = 2D/3$, $d_2 = D/3$, $D/\lambda_0 = 13/8$ et $C = 0.5/\lambda_0$. Courbes noires : aucun matériau n'est dispersif. Courbes rouges : le métamatériau main-gauche est dispersif (4.7).

bien différente de la fréquence limite de la bande interdite. C'est encore plus flagrant pour $\bar{\mu}$ qui ne s'anule jamais.

4.3.4 Un pic de transmission étroit reste possible

Nous venons de voir que le caractère dispersif du métamatériau main-gauche utilisé transforme les pics Fabry-Perot de transmission étroits en larges bandes de transmission. Cela entraîne donc une perte du caractère ultra sélectif du cristal. Il est cependant possible de limiter cet impact, afin de conserver un pic de transmission extrêmement étroit dans la bande interdite zéro- \bar{n} .

En effet, nous pouvons remarquer que $\Delta_m \lambda$, la largeur spectrale de la bande m donnée par l'équation (4.16), s'annule lorsque $\lambda_0 = \Lambda_m$, c'est-à-dire lorsque la condition $\bar{n} = 0$ et le mode résonnant m sont réunis à la même fréquence. Dans l'exemple précédent (figure 4.4), le mode résonnant pour $m = 2$ est déjà situé dans la bande interdite. En modifiant légèrement la fréquence réduite pour $D/\lambda_0 = 1.5$, nous avons alors $\lambda_0 = \Lambda_2$. Comme nous pouvons voir sur la figure 4.7, le deuxième mode résonnant se traduit bien par un pic de transmission, aussi étroit que celui obtenu avec le même cristal sans dispersion.

4.4 Mise en forme de faisceau

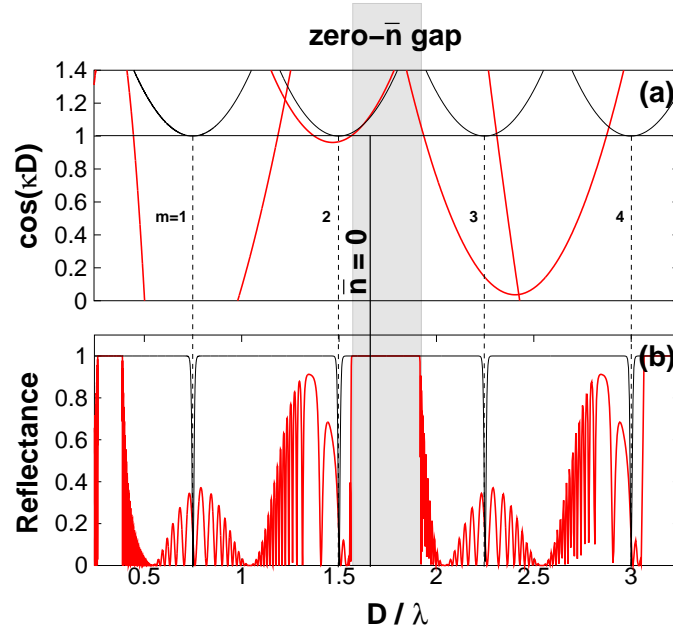


FIGURE 4.5 – (a) Développements limités de la relation de dispersion donnés par l'équation (4.12), pour $m=1,2,3,4$. (b) Coefficient réflexion d'une structure formée de 50 périodes. Les paramètres de la structure sont les mêmes que sur la figure 4.4, mais $C = 1/\lambda_0$. Courbes noires : aucun matériau n'est dispersif. Courbes rouges : le métamatériau main-gauche est dispersif.

Nous avons donc montré qu'il est possible de conserver un étroit pic de transmission à l'intérieur de la bande interdite zéro- \bar{n} , même en présence de milieu dispersif. Cela nécessite un contrôle précis des paramètres géométriques et optiques du cristal photonique.

4.4 Mise en forme de faisceau

Récemment, un nouveau principe de mise en forme de faisceau a été démontré expérimentalement. Un faisceau sub-longueur d'onde et auto-collimaté s'est vu propagé sur plusieurs millimètres [Mocella et al., 2009]. Le terme auto-collimation désigne la capacité d'un faisceau à réaliser lui-même sa collimation, c'est-à-dire à rendre et maintenir parallèles ses rayons lumineux. Dans un milieu homogène, conventionnel, tout faisceau lumineux diverge naturellement mais les propriétés originales de la propagation de la lumière dans les cristaux photoniques permettent une maîtrise de cette divergence. Le phénomène d'auto-collimation a été découvert dans les cristaux photoniques d'indice positif et expliqué par l'analyse de leurs surfaces de dispersion [Kosaka et al., 1999]. En effet, lorsque le cristal possède une courbe iso-fréquence plate, tous les modes de Bloch se propagent avec des vitesses de groupe parallèles. Cependant, si cette analyse est tout à fait adaptée pour caractériser les bandes de conduction photoniques, elle ne s'applique pas aux modes résonnants Fabry-Perot de la bande interdite zéro- \bar{n} que

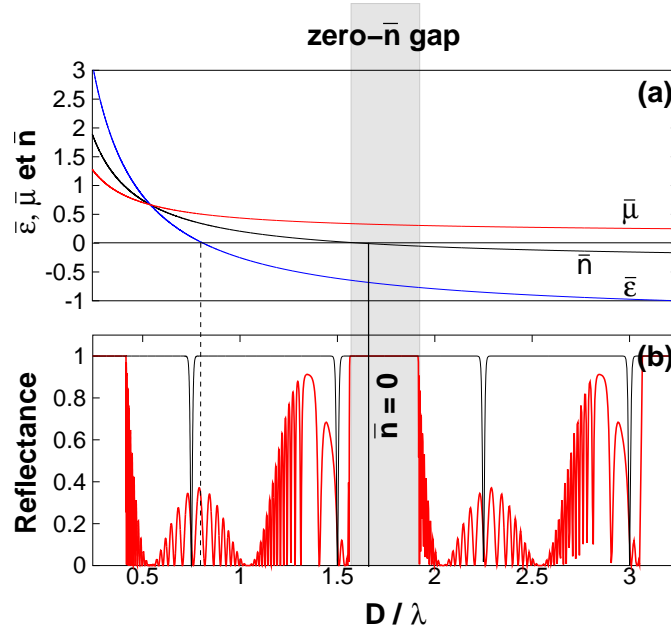


FIGURE 4.6 – (a) Paramètres constitutifs moyens du cristal photonique. (b) Coefficient de réflexion de la structure considérée à la figure 4.5.

nous avons étudié précédemment. Ces modes sont totalement délocalisés sur l'ensemble de la structure et ne sont donc caractérisés que par un couple discret de vecteurs d'onde. On ne peut donc pas utiliser l'analyse classique des surfaces de dispersion pour décrire la propagation d'un faisceau dans un cristal photonique d'indice moyen nul supportant de tels modes. Nous nous sommes par conséquent tournés vers un modèle basé sur la théorie de propagation de faisceau [Born et al., 2000] afin d'étudier les propriétés de mise en forme de faisceau dans les cristaux photoniques d'indice moyen nul.

4.4.1 Théorie de la propagation de faisceau

Dans notre étude, nous considérons un mode résonnant Fabry-Perot dans une bande interdite zéro- \bar{n} , tel celui d'ordre 2 apparaissant sur la figure 4.7. Comme la transmission atteint 100%, toutes les réflexions aux interfaces seront négligées. Nous allons décrire la propagation dans un cristal comprenant N périodes, d'un faisceau gaussien centré, de waist W_0 , dont l'amplitude en $y = 0$ s'écrit

$$U^i(x, y = 0) = \exp(-(x/W_0)^2). \quad (4.17)$$

Ce faisceau peut aussi être décrit comme la transformée de Fourier inverse de son spectre $U^i(\alpha) \exp(i\beta(\alpha)y)$:

$$U^i(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} U^i(\alpha) \exp(i\beta(\alpha)y) \exp(i\alpha x) d\alpha, \quad (4.18)$$

α et β étant les constantes de propagation dans les directions x - et y -, respectivement, avec $\beta = \sqrt{(\omega n_1/c)^2 - \alpha^2}$. Une expression analytique de l'amplitude du faisceau à la sortie du cristal, c'est-

4.4 Mise en forme de faisceau

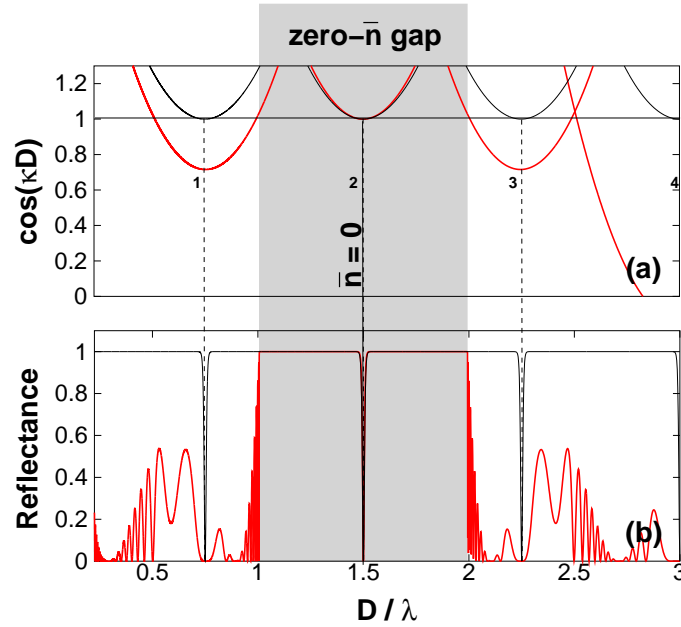


FIGURE 4.7 – (a) Développements limités de la relation de dispersion donnés par l'équation 4.12, pour $m=1,2,3,4$. (b) Coefficient réflexion d'une structure formée de 50 périodes. Les paramètres de la structure sont les mêmes que sur la figure 4.4, mais $D = 1.5\lambda_0$. Courbes noires : aucun matériau n'est dispersif. Courbes rouges : le métamatériau main-gauche est dispersif.

à-dire pour $y = L$, où $L = ND$, s'obtient par transformée de Fourier inverse de l'amplitude incidente multipliée par les opérateurs de propagation de chaque couche traversée [Born et al., 2000] :

$$U(x, L) = TF^{-1} \{ U^i(\alpha) (P_1(\alpha, d_1) P_2(\alpha, d_2))^N \}. \quad (4.19)$$

Dans cette équation, $U^i(\alpha) = (W_0/(2\sqrt{\pi}) \exp(-(\alpha W_0/2)^2))$ et l'opérateur de propagation de la couche d'indice n_i est $P_i(\alpha, y) = \exp(i\beta_i(\alpha)y)$, où $\beta_i = \sqrt{(\omega n_i/c)^2 - \alpha^2}$, avec $i = 1, 2$. En se plaçant dans l'approximation paraxiale, i.e. en supposant $\alpha \ll \frac{\omega}{c} n_i$, l'opérateur de propagation devient

$$P_i(\alpha, y) = \exp \left(iy \left(\frac{\omega}{c} n_i - \frac{\alpha^2 c}{2n_i \omega} \right) \right). \quad (4.20)$$

Et en reportant cette expression dans l'équation (4.19), nous pouvons écrire

$$U(x, L) = TF^{-1} \{ U^i(\alpha) \tilde{P}(\alpha, D)^N \}, \quad (4.21)$$

où

$$\tilde{P}(\alpha, y) = \exp \left(iy \left(\frac{\omega}{c} \bar{n} - \frac{\alpha^2 c}{2 \omega} \left\langle \frac{1}{n} \right\rangle \right) \right), \quad (4.22)$$

est l'opérateur de propagation moyen sur une période du cristal, exprimé à l'aide de l'indice moyen \bar{n} et de la moyenne harmonique de l'indice définie par

$$\left\langle \frac{1}{n} \right\rangle = \frac{1}{D} \int_0^D \frac{dx}{n(x)}. \quad (4.23)$$

Il est ainsi intéressant de remarquer que la propagation dans le cristal n'est pas seulement contrôlée par \bar{n} mais aussi par l'indice harmonique moyen $\langle \frac{1}{n} \rangle$.

Finalement, l'expression de l'amplitude du faisceau à la sortie du cristal d'indice moyen nul (équ. 4.21) devient

$$U(x, L) = \frac{W_0}{\bar{\omega}(L)} e^{-\left(\frac{x}{\bar{\omega}(L)}\right)^2} e^{i\frac{\omega}{c}\langle n \rangle L} e^{i\varphi(x, L)}, \quad (4.24)$$

où les fonctions $\bar{\omega}(L)$ et $\varphi(x, L)$ sont données par

$$\bar{\omega}(L) = \left(W_0^2 + 2iL \left\langle \frac{1}{n} \right\rangle \right)^{1/2}, \quad (4.25)$$

et

$$\varphi(x, L) = \frac{\left\langle \frac{1}{n} \right\rangle 2x^2 L}{|\bar{\omega}(L)|^2}. \quad (4.26)$$

Le waist du faisceau pour $L = ND$ est de la forme

$$W(L) = W_0 \sqrt{1 + \theta_0^2 (ND)^2 \left\langle \frac{1}{n} \right\rangle^2}, \quad (4.27)$$

$\theta_0 = \lambda/(\pi W_0^2)$ étant l'angle de divergence.

Ce modèle, va nous permettre d'interpréter les propriétés de mise en forme de faisceau que possèdent les cristaux photoniques à indice moyen nul.

4.4.2 Auto-collimation

Contrairement aux cristaux composés de matériaux d'indice positif, le cristal photonique que nous considérons peut avoir une moyenne harmonique d'indice nulle. Ce cas précis est remarquable puisque si $\langle \frac{1}{n} \rangle = 0$, le faisceau est refocalisé après chaque période du cristal et émerge du cristal avec son waist initial W_0 (4.27) : le faisceau est auto-collimaté ! Donc, pour notre cristal photonique composé de deux milieux, le phénomène d'auto-collimation apparaît lorsque la condition

$$\frac{d_1}{n_1} + \frac{d_2}{n_2} = 0 \quad (4.28)$$

est vérifiée. En réalité, cette relation peut très bien s'interpréter par de simples considérations géométriques comme l'illustre la figure 4.8. Sur le schéma, le rayon lumineux retrouve la même abscisse x après avoir traversé une période du cristal, c'est-à-dire une couche d'indice n_1 puis une couche d'indice n_2 . Dans ce cas nous avons

$$\frac{d_1}{i_1} = \frac{d_2}{i_2}, \quad (4.29)$$

avec, dans le cadre de l'approximation paraxiale, des angles i_1 et i_2 supposés petits. D'autre part, la loi de Descartes relie i_1 et i_2 par

$$n_1 i_1 = n_2 i_2. \quad (4.30)$$

4.4 Mise en forme de faisceau

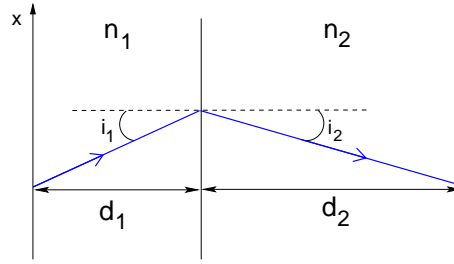


FIGURE 4.8 – *Interprétation géométrique de la condition d'auto-collimation (4.28). Dans l'approximation paraxiale, les angles i_1 et i_2 sont supposés petits.*

Les relations (4.29) et (4.30) conduisent directement à la condition (4.28).

Et cette condition supplémentaire, ajoutée au fait que le faisceau se propage grâce à un mode résonnant d'une bande interdite zéro- \bar{n} , et donc $n_1 d_1 + n_2 d_2 = 0$, impose alors $d_1 = d_2$ et $n_1 = -n_2$. C'est effectivement dans ces conditions que la démonstration expérimentale de Mocella et al. a été réalisée, en empilant périodiquement des lentilles plates pour former un cristal d'indice moyen nul [Mocella et al., 2009]. Rappelons que nous sommes toujours hors du cas particulier où les impédances des milieux formant le cristal photonique sont identiques, puisque $\langle \frac{1}{n} \rangle = 0$ et $\bar{n} = 0$ n'imposent pas $\eta_1 = \eta_2$.

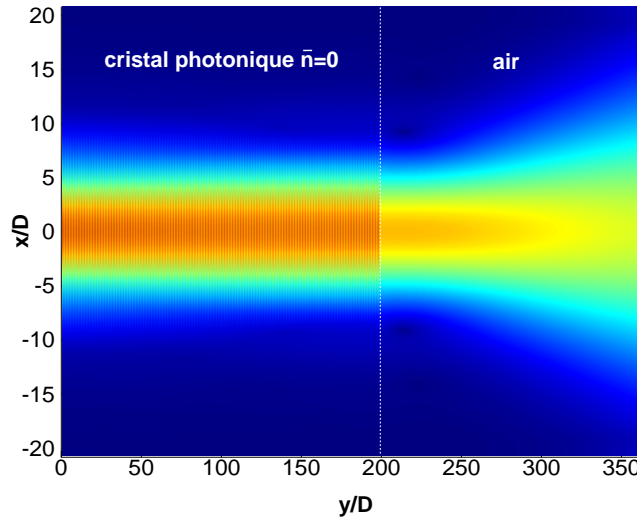


FIGURE 4.9 – *Module du champ électromagnétique lorsqu'un cristal photonique d'indice moyen nul, suivi par de l'air ($n_0 = 1$), est éclairé par un faisceau. Les paramètres de la structure sont $N = 200$, $d_1 = d_2 = D/2$, $n_1 = 2$, $n_2^0 = -2$, $\eta_1 = 1$, $\eta_2 = 0.5$, $D = \lambda_0$ et $C = 0.48/\lambda_0$.*

La figure 4.9, illustre le phénomène d'auto-collimation, obtenue dans le deuxième mode résonnant Fabry-Perot de la bande interdite zéro- \bar{n} . Un faisceau gaussien de waist $W_0 = 5\lambda$ est auto-collimaté sur

200 périodes du cristal.

Une autre conséquence de la propagation dans une bande interdite zéro- \bar{n} est la compensation exacte de la phase du champ. Ainsi, la figure 4.10 montre la variation de la phase du champ lors de la propagation du faisceau sur la figure 4.9. La phase à la sortie du cristal est exactement la même qu'à l'entrée. Ceci est en accord avec les équations (4.21) et (4.22) qui montrent que si $\langle \frac{1}{n} \rangle = 0$ et $\bar{n} = 0$, alors le faisceau émergent est strictement identique au faisceau incident : $U(x, L) = U^i(x, 0)$. Le faisceau incident se retrouve simplement translaté à travers le cristal d'indice moyen nul, sans modification de sa phase, ni aucun élargissement.

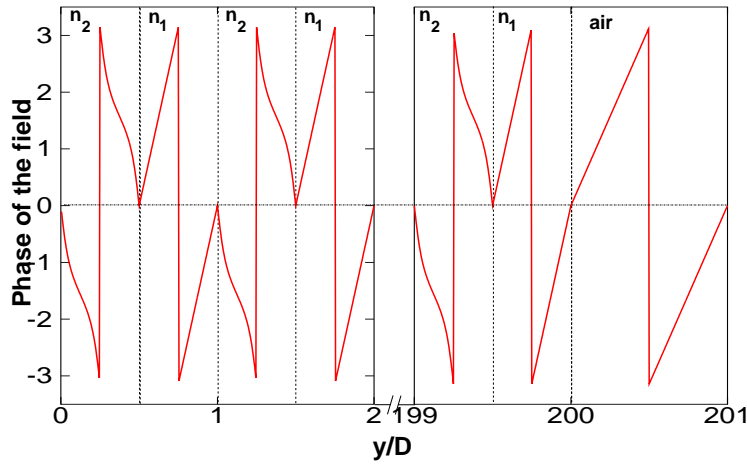


FIGURE 4.10 – Phase du champ électromagnétique du faisceau auto-collimaté considéré à la figure 4.9, en $x = 0$.

4.4.3 Focalisation

Lorsque les conditions d'auto-collimation ne sont pas vérifiées, le cristal photonique d'indice moyen nul présente d'autres propriétés. Par exemple, considérons un cristal plongé dans un milieu homogène d'indice n_0 , et éclairé par un faisceau gaussien émis à une distance f du cristal. L'amplitude du faisceau émergent, à la distance f' du cristal, se calcule en appliquant l'opérateur de propagation $P_0(\alpha, y)$ entre le plan objet (situé à une distance f avant le cristal) et le plan image (situé à une distance f' après le cristal). L'équation (4.21) devient ainsi

$$U(x, L) = TF^{-1} \left\{ U^i(\alpha) P_0(\alpha, f) \tilde{P}(\alpha, D)^N P_0(\alpha, f') \right\}, \quad (4.31)$$

avec

$$P_0(\alpha, y) = \exp \left(iy \left(\frac{\omega}{c} n_0 - \frac{\alpha^2}{2n_0} \frac{c}{\omega} \right) \right). \quad (4.32)$$

4.5 Conclusion

Nous pouvons alors exprimer le waist du faisceau à la distance f' du cristal :

$$W(f') = W_0 \sqrt{1 + \theta_0^2 \left(\frac{f}{n_0} + ND \left\langle \frac{1}{n} \right\rangle + \frac{f'}{n_0} \right)^2}, \quad (4.33)$$

où $\theta_0 = \lambda/(\pi W_0^2)$ est l'angle de divergence. La refocalisation du faisceau après traversée du cristal se produit à la distance f' si $W(f') = W_0$, c'est-à-dire si les distances f et f' vérifient

$$f + f' = -ND \left\langle \frac{1}{n} \right\rangle n_0. \quad (4.34)$$

Cette condition montre qu'un tel cristal se comporte comme une lentille plate d'indice négatif lorsque la moyenne harmonique $\langle \frac{1}{n} \rangle$ est négative, même si l'indice moyen \bar{n} est nul. En particulier, il est possible d'obtenir un cristal dont la moyenne harmonique de l'indice est égale à -1 , avec les paramètres suivants par exemple : $n_2^0 = -0.5$, $n_1 = -2n_2$ et $d_2 = 2d_1$. De cette façon, à partir d'un métamatériau main-gauche de faible indice n_2^0 , nous pouvons construire un cristal photonique d'indice moyen nul mais qui, grâce à une moyenne harmonique de son indice égale à -1 , se comporte comme une lentille plate. Sur la figure 4.11, un faisceau de waist $W_0 = 10\lambda$ diverge dans l'air puis rencontre un tel cristal. En accord avec l'équation (4.34), une image symétrique est formée car nous avons $f = f' = ND/2$. Comme dans le cas précédant concernant l'auto-collimation, nous utilisons ici le deuxième mode résonnant de transmission de la bande interdite zéro- \bar{n} . Ce mode est marqué par un étroit pic de transmission, restreignant beaucoup le spectre d'un faisceau capable de s'y propager. Nous pouvons d'ailleurs remarquer sur la figure 4.11 qu'une petite partie du faisceau est réfléchi par le cristal. Malgré cela, la largeur à mi-hauteur de l'amplitude du faisceau transmis et refocalisé atteint la valeur de $1.06W_0$, traduisant un excellent pouvoir de focalisation du cristal, même après propagation sur plusieurs centaines de longueurs d'onde.

4.5 Conclusion

Nous avons étudié les effets de la dispersion des métamatériaux main-gauche utilisés pour former des cristaux photoniques d'indice moyen nul sur la bande interdite zéro- \bar{n} . Nous avons démontré que, dans le cas général, une bande de transmission apparaît à la place de chaque pic étroit, pouvant conduire à une mauvaise interprétation des spectres de réflexion. Cependant, notre étude a montré qu'il était tout de même possible de conserver un pic de transmission malgré la présence de milieu dispersif.

Dans un deuxième temps, ces modes de transmissions ont été exploités et nous avons mis en évidence leur potentiel en matière de mise en forme de faisceau. Pour cela, à partir d'une théorie de propagation de faisceau, nous avons fait émerger le rôle capital d'un autre paramètre, la moyenne harmonique de l'indice optique. Des régimes d'auto-collimation et de focalisation ont ainsi été prévus et obtenus par simulation. En particulier, l'utilisation de métamatériau main-gauche d'indice -0.5 a permis l'obtention

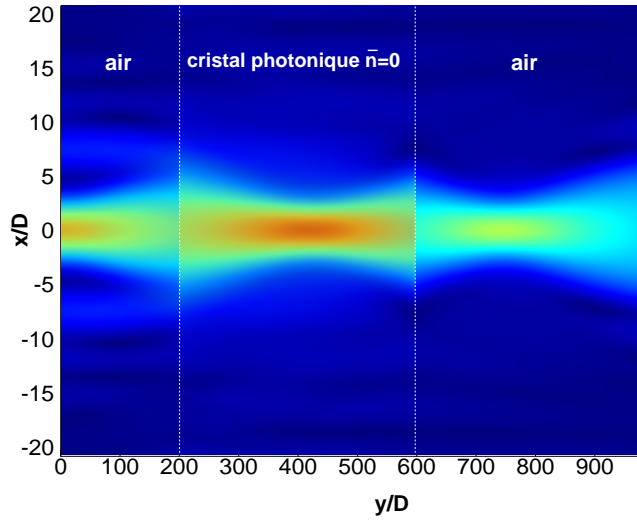


FIGURE 4.11 – *Module du champ électromagnétique lorsqu'un cristal photonique d'indice moyen nul, mais de moyenne harmonique de son indice $\langle \frac{1}{n} \rangle$ vaut -1 , entouré par de l'air ($n_0 = 1$), est éclairé par un faisceau. Les paramètres sont : $N = 400$, $d_1 = D/3$, $d_2 = 2D/3$, $n_1 = 1$, $n_2^0 = -0.5$, $\eta_1 = 1$, $\eta_2 = 0.5$, $D = 3\lambda_0$ et $C = 0.48/\lambda_0$.*

d'un cristal photonique dont la moyenne harmonique de l'indice est égale à -1 , se comportant alors comme une lentille plate.

Ces résultats, récemment publiés [Pollès et al., 2011], constituent de nouvelles perspectives dans la manipulation de la lumière, en présentant ces cristaux photoniques comme uniques dispositifs présentant un effet résonnant d'auto-collimation à l'intérieur d'une bande interdite. Actuellement, des travaux menés par Julien Arlandis et Emmanuel Centeno portent sur l'auto-collimation dans un empilement identique à celui présenté dans ce chapitre, mais à la place du milieu main-gauche, une couche de cristal photonique 2D mimant un milieu homogène d'indice négatif.

Conclusion

Au cours de cette thèse, nous avons mis en oeuvre une approche théorique et numérique pour l'étude de phénomènes exotiques en nanophotonique axée en particulier sur les propriétés non-conventionnelles des milieux main-gauche. Dans ce but, nous avons mis en oeuvre des méthodes numériques adaptées à la résolution des équations de Maxwell, dans les structures multi-couches notamment, et discuté de leurs performances. Cet outil indispensable nous a aussi permis d'explorer le domaine des phénomènes non spéculaires, par exemple de l'élargissement des faisceaux à la réflexion sur une structure. Il nous a aussi permis de mettre en évidence les limites de l'analyse classique asymptotique.

Les boucles de lumières constituent une illustration des nouveaux phénomènes envisagés grâce aux perspectives ouvertes par l'arrivée des métamatériaux. Nous avons proposé de les utiliser pour la mise en forme de faisceaux mais d'autres applications potentielles restent encore à étudier, qu'il s'agisse d'effets non-linéaires ou du piégeage de la lumière. Nous avons vu qu'une boucle de lumière pouvait se passer de milieu main-gauche et exister dans une structure à base de cristaux photoniques, ou se baser sur des milieux dont seule la permittivité ou la perméabilité est négative. Il est d'ailleurs en projet de réaliser ce type de structure avec des métamatériaux présentant une perméabilité négative : les boucles de lumières pourraient bientôt exister.

Un autre exemple de structure utilisant des milieux main-gauche est le cristal photonique d'indice moyen nul. Ce type de structure pourrait dans un avenir un peu plus lointain voir le jour, en remplaçant le milieu main-gauche par des cristaux photoniques 2D.

En définitive, tout ces travaux sont une illustration d'à quel point la physique des structures impliquant des milieux gauchers est une source d'inspiration. De nombreux phénomènes qu'on pensait impossibles deviennent concevables avec des milieux main-gauche. Même si de tels milieux fonctionnels pour l'optique sont à peine réalisables, on peut bien souvent les remplacer par des cristaux photoniques, par exemple. Leur mérite est alors de nous avoir ouvert de nouveaux champs d'exploration, et de contribuer ainsi à rendre le domaine de la nanophotonique hyperactif.

Bibliographie

- [Abelès, 1950] Abelès, F. (1950). Investigations on the propagation of sinusoidal electromagnetic waves in stratified media. application to thin films. *Ann. Phys.(Paris)*, 5 :596–640.
- [Abramowitz and Stegun, 1964] Abramowitz, M. and Stegun, I. (1964). *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*. Dover publications.
- [Alù and Engheta, 2006] Alù, A. and Engheta, N. (2006). Optical nanotransmission lines : synthesis of planar left-handed metamaterials in the infrared and visible regimes. *JOSA B*, 23(3) :571–583.
- [Artmann, 1948] Artmann, K. (1948). Berechnung der seitenversetzung des totalreflektierten strahles. *Annalen der Physik*, 437 :87.
- [Benedicto et al., 2011] Benedicto, J., Moreau, A., Pollès, R., and Centeno, E. (2011). Comment on “negative refraction in 1d photonic crystals”[solid state communications 147 (2008) 157–160]. *Solid State Communications*, 151 :354–355.
- [Bers, 2000] Bers, A. (2000). Note on group velocity and energy propagation. *American Journal of Physics*, 68 :482.
- [Born et al., 2000] Born, M., Wolf, E., and Bhatia, A. B. (2000). Principles of optics : Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. *Cambridge University press*.
- [Bria et al., 2004] Bria, D., Djafari-Rouhani, B., Akjouj, A., Dobrzynski, L., Vigneron, J., Boudouti, E. E., and Nougouai, A. (2004). Band structure and omnidirectional photonic band gap in lamellar structures with left-handed materials. *Phys. Rev. E*, 69(6) :066613.
- [Chen et al., 2005] Chen, H., Ran, L., Huangfu, J., Zhang, X., Chen, K., Grzegorzczuk, T., and Kong, J. (2005). Negative refraction of a combined double s-shaped metamaterial. *Applied Physics Letters*, 86(15) :151909–151909.
- [Darmanyan et al., 2003] Darmanyan, S., Neviere, M., and Zakhidov, A. (2003). Surface modes at the interface of conventional and left-handed media. *Optics Communications*, 225(4-6) :233–240.
- [E. Silvestre and Monsoriu, 2009] E. Silvestre, Ricardo A. Depine, M. L. M.-R. and Monsoriu, J. A. (2009). Role of dispersion on zero-average-index bandgaps. *J. Opt. Soc. Am. B*, 26 :581–586.

- [Fabre et al., 2008] Fabre, N., Lalouat, L., Cluzel, B., Mélique, X., Lippens, D., de Fornel, F., and Vanbésien, O. (2008). Optical near-field microscopy of light focusing through a photonic crystal flat lens. *Phys. Rev. Lett.*, 101(7) :073901.
- [Goos and Haenchen, 1947] Goos, F. and Haenchen, H. (1947). Ein neuer und fundamentaler versuch zur totalreflexion. *Ann. Phys.*, 1 :333.
- [Gralak et al., 2000] Gralak, B., Enoch, S., and Tayeb, G. (2000). Anomalous refractive properties of photonic crystals. *JOSA A*, 17(6) :1012–1020.
- [Granet, 1999] Granet, G. (1999). Reformulation of the lamellar grating problem through the concept of adaptive spatial resolution. *J. Opt. Soc. Am. A*, 16 :2510.
- [Granet and Guizal, 1996] Granet, G. and Guizal, B. (1996). Efficient implementation of the coupled-wave method for metallic lamellar gratings in tm polarization. *J. Opt. Soc. Am. A*, 13 :1019.
- [Grynberg et al., 1997] Grynberg, G., Aspect, A., Fabre, C., and Cohen-Tannoudji, C. (1997). *Introduction aux lasers et à l’optique quantique*. ellipses.
- [Huang, 1994] Huang, W. (1994). Coupled-mode theory for optical waveguides : an overview. *Journal of the Optical Society of America A*, 11(3) :963–983.
- [Joannopoulos et al., 2008] Joannopoulos, J., Johnson, S., Winn, D., and Meade, R. (2008). Photonic crystals : molding the flow of light. *2nd edition, Princeton University Press*.
- [Kocaman et al., 2009] Kocaman, S., Chatterjee, R., Panoiu, N., Mcmillan, J., Yu, M., Osgood, R., Kwong, D., and Wong, C. (2009). Observation of zeroth-order band gaps in negative-refraction photonic crystal superlattices at near-infrared frequencies. *Phys Rev Lett*, 102(20) :203905.
- [Kosaka et al., 1999] Kosaka, H., Kawashima, T., Tomita, A., Notomi, M., Tamamura, T., Sato, T., and Kawakami, S. (1999). Self-collimating phenomena in photonic crystals. *Appl. Phys. Lett.*, 74(9) :1212–1214.
- [Krayzel et al., 2010] Krayzel, F., Pollès, R., Moreau, A., and Mihailovic, M. (2010). Simulation and analysis of exotic non-specular phenomena. *J. Europ. Opt. Soc. : Rap. Pub.*, 5 :10025.
- [Lalanne, 2000] Lalanne, P. (2000). Numerical performance of finite-difference modal methods for the electromagnetic analysis of one-dimensional lamellar gratings. *J. Opt. Soc. Am. A*, 17 :1033.
- [Lalanne and Morris, 1996] Lalanne, P. and Morris, G. M. (1996). Highly improved convergence of the coupled-wave method for tm polarization. *J. Opt. Soc. Am. A*, 13 :779.
- [Li, 2007] Li, C. F. (2007). Unified theory for goos-haenchen and imbert-fedorov effects. *Phys. Rev. A*, 76 :013811.
- [Li et al., 2003] Li, J., Zhou, L., Chan, C., and Sheng, P. (2003). Photonic band gap from a stack of positive and negative index materials. *Phys Rev Lett*, 90(8) :83901.
- [Li, 1996] Li, L. (1996). Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modeling layered diffraction gratings. *JOSA A*, 13(5) :1024–1035.

Bibliographie

- [Maystre, 1982] Maystre, D. (1982). *Electromagnetic surface modes*, chapter General study of grating anomalies from electromagnetic surface modes. Wiley.
- [Milonni, 2005] Milonni, P. (2005). *Fast light, slow light and left-handed light*. Taylor & Francis.
- [Mocella et al., 2009] Mocella, V., Cabrini, S., Chang, A., Dardano, P., Moretti, L., Rendina, I., Olynick, D., Harteneck, B., and Dhuey, S. (2009). Self-collimation of light over millimeter-scale distance in a quasi-zero-average-index metamaterial. *Phys Rev Lett*, 102(13) :133902.
- [Moharam and Gaylord, 1981] Moharam, M. and Gaylord, T. (1981). Rigorous coupled-wave analysis of planar-grating diffraction. *JOSA*, 71(7) :811–818.
- [Nasalski, 1996] Nasalski, W. (1996). Longitudinal and transverse effects of nonspecular reflection. *Journal of the Optical Society of America A*, 13(1) :172–181.
- [Nefedov and Tretyakov, 2002] Nefedov, I. and Tretyakov, S. (2002). Photonic band gap structure containing metamaterial with negative permittivity and permeability. *Phys. Rev. E*, 66(3) :036611.
- [Okamoto, 2006] Okamoto, K. (2006). *Fundamentals of optical waveguides*. Academic press.
- [Otto, 1968] Otto, A. (1968). Excitation of nonradiative surface plasma waves in silver by the method of frustrated total reflection. *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei*, 216(4) :398–410.
- [Ozby, 2006] Ozby, E. (2006). Plasmonics : merging photonics and electronics at nanoscale dimensions. *Science*, 311(5758) :189.
- [Panoiu et al., 2006] Panoiu, N., Osgood, J., Zhang, S., and Brueck, S. (2006). Zero-n bandgap in photonic crystal superlattices. *Journal of the Optical Society of America B*, 23(3) :506–513.
- [Parker, 2005] Parker, M. A. (2005). *Physics of optoelectronics*. Marcel Dekker Inc.
- [Pendry et al., 1998] Pendry, J., Holden, A., Robbins, D., and Stewart, W. (1998). Low frequency plasmons in thin-wire structures. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 10 :4785.
- [Pendry et al., 1999] Pendry, J., Holden, A., Robbins, D., and Stewart, W. (1999). Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, 47(11) :2075–2084.
- [Pendry et al., 1996] Pendry, J., Holden, A., Stewart, W., and Youngs, I. (1996). Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures. *Physical Review Letters*, 76(25) :4773–4776.
- [Pendry, 2000] Pendry, J. B. (2000). Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :3966.
- [Peng et al., 2007] Peng, L., Ran, L., Chen, H., Zhang, H., Kong, J., and Grzegorzczak, T. (2007). Experimental observation of left-handed behavior in an array of standard dielectric resonators. *Physical review letters*, 98(15) :157403.
- [Petit, 1993] Petit, R. (1993). *Ondes électromagnétiques en radioélectricité et en optique : lois générales, calcul du champ à partir des sources, propagation libre et guidée, cavités, réflexion, réfraction, diffraction, utilisation des distributions en électromagnétisme*. Masson.

- [Pierce, 1954] Pierce, J. (1954). Coupling of modes of propagation. *Journal of Applied Physics*, 25(2) :179–183.
- [Pollès et al., 2011] Pollès, R., Centeno, E., Arlandis, J., and Moreau, A. (2011). Self-collimation and focusing effects in zero-average index metamaterials. *Optics Express*, 19(7) :6149–6154.
- [Pollès et al., 2010a] Pollès, R., Moreau, A., and Granet, G. (2010a). Light wheel buildup using a backward surface mode. *Optics letters*, 35(19) :3237–3239.
- [Pollès et al., 2010b] Pollès, R., Moreau, A., Mihailovic, M., and Granet, G. (2010b). Beam reshaping based on the light wheel phenomenon. In *European Optical Society Annual Meeting 2010*, Paris.
- [Pollès et al., 2009] Pollès, R., Moreau, A., Plumey, J., and Granet, G. (2009). Contra-directional coupling using plasmons : the plasmonic light wheel. In *OWTNM 2009*, Jena.
- [Ruppin, 2000] Ruppin, R. (2000). Surface polaritons of a left-handed medium. *Physics Letters A*, 277(1) :61–64.
- [Shadrivov et al., 2003] Shadrivov, I., Sukhorukov, A., and Kivshar, Y. (2003). Guided modes in negative-refractive-index waveguides. *Physical Review E*, 67(5) :057602.
- [Shadrivov et al., 2005a] Shadrivov, I., Sukhorukov, A., and Kivshar, Y. (2005a). Complete band gaps in one-dimensional left-handed periodic structures. *Phys. Rev. Lett.*, 95 :193903.
- [Shadrivov et al., 2009] Shadrivov, I., Sukhorukov, A., and Kivshar, Y. (2009). Beam shaping by a periodic structure with negative refraction. *Applied Physics Letters*, 82(22) :3820–3822.
- [Shadrivov et al., 2004] Shadrivov, I., Sukhorukov, A., Kivshar, Y., Zharov, A., Boardman, A., and Egan, P. (2004). Nonlinear surface waves in left-handed materials. *Physical Review E*, 69(1) :16617.
- [Shadrivov et al., 2005b] Shadrivov, I., Ziolkowski, R., Zharov, A., and Kivshar, Y. (2005b). Excitation of guided waves in layered structures with negative refraction. *Optics Express*, 13(2) :481–492.
- [Shalaev, 2007] Shalaev, V. (2007). Optical negative-index metamaterials. *Nature photonics*, 1(1) :41–48.
- [Sihvola, 2007] Sihvola, A. (2007). Metamaterials in electromagnetics. *Metamaterials*, 1(1) :2–11.
- [Silvestre et al., 2009] Silvestre, E., Depine, R., Martínez-Ricci, M., and Monsoriu, J. (2009). Role of dispersion on zero-average-index bandgaps. *Journal of the Optical Society of America B*, 26(4) :581–586.
- [Smith et al., 2000] Smith, D., Padilla, W., Vier, D., Nemat-Nasser, S., and Schultz, S. (2000). Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Physical Review Letters*, 84(18) :4184–4187.
- [Tamir, 1979] Tamir, T. (1979). Integrated optics. *Topics in Applied Physics, Berlin : Springer, 1979, 2nd rev. ed., edited by Tamir, T.*, 7.
- [Tamir, 1986] Tamir, T. (1986). Nonspecular phenomena in beam fields reflected by multilayered media. *J. Opt. Soc. Am A*, 3 :558.

Bibliographie

- [Tamir and Bertoni, 1971] Tamir, T. and Bertoni, H. (1971). Lateral displacement of optical beams at multilayered and periodic structures. *J. Opt. Soc. Am.*, 61 :1397.
- [Tichit et al., 2007] Tichit, P., Moreau, A., and Granet, G. (2007). Localization of light in a lamellar structure with left-handed medium : the light wheel. *Opt. Expr.*, 15 :14961–14966.
- [Tournois and Laude, 1997] Tournois, P. and Laude, V. (1997). Negative group velocities in metal-film optical waveguides. *Optics Communications*, 137(1-3) :41–45.
- [Ulrich, 1970] Ulrich, R. (1970). Theory of the prism-film coupler by plane-wave analysis. *J. Opt. Soc. Am.*, 60(10) :1337–1350.
- [Veselago, 1968] Veselago, V. (1968). The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ε and μ . *Physics-Uspekhi*, 10(4) :509–514.
- [Vynck et al., 2009] Vynck, K., Felbacq, D., Centeno, E., Căbuz, A., Cassagne, D., and Guizal, B. (2009). All-dielectric rod-type metamaterials at optical frequencies. *Physical review letters*, 102(13) :133901.
- [Wang and Zhu, 2006] Wang, L. G. and Zhu, S. Y. (2006). Giant lateral shift of a light beam at the defect mode in one-dimensional photonic crystals. *Opt. Lett.*, 31 :101.
- [Wang et al., 2006] Wang, Y., Islam, R., and Eleftheriades, G. (2006). An ultra-short contra-directional coupler utilizing surface plasmon-polaritons at optical frequencies. *Optics Express*, 14(16) :7279–7290.
- [Wang et al., 2009] Wang, Y., Liu, Y., Xu, J., Zhang, H., Bai, L., Xiao, Y., Yan, J., and Zhang, X. (2009). Numerical study of lateral displacements of gaussian beams reflected from weakly absorbing media near the brewster dip and reflected from strongly absorbing media. *J. Opt. A : Pure Appl. Opt.*, 11 :105701.
- [Xing et al., 1997] Xing, Q., Ura, S., Suhara, T., and Nishihara, H. (1997). Contra-directional coupling between stacked waveguides using grating couplers. *Optics Communications*, 144(4-6) :180 – 182.
- [Yariv, 1973] Yariv, A. (1973). Coupled-mode theory for guided-wave optics. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 9(9) :919–933.
- [Yariv, 2006] Yariv, A. (2006). Introduction to optical electronics (holt, rinehart and winston, new york, 1971). *Chap*, 2 :20.
- [Ye et al., 2009] Ye, Y., Jin, Y., and He, S. (2009). Light wheel confined in a purely dielectric composite waveguide. *Optics Express*, 17(6) :4348–4354.
- [Yeh and Taylor, 1980] Yeh, P. and Taylor, H. (1980). Contradirectional frequency-selective couplers for guided-wave optics. *Applied Optics*, 19 :2848–2855.
- [Yuan and Lu, 2006] Yuan, L. and Lu, Y. (2006). An efficient bidirectional propagation method based on dirichlet-to-neumann maps. *Photonics Technology Letters, IEEE*, 18(18) :1967–1969.

- [Yuan et al., 2006] Yuan, Y., Ran, L., Huangfu, J., Chen, H., Shen, L., and Kong, J. (2006). Experimental verification of zero order bandgap in a layered stack of left-handed and right-handed materials. *Opt Express*, 14(6) :2220–2227.
- [Ziolkowski and Heyman, 2001] Ziolkowski, R. and Heyman, E. (2001). Wave propagation in media having negative permittivity and permeability. *Physical Review E*, 64(5) :056625.